





## MATEMATYKA

LUTY 2012

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 14 stron.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach od 1 do 23 są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
4. Zaznaczając odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego, zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
5. Rozwiązania zadań od 24 do 32 zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie możesz nie dostać pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
8. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
10. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
11. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
12. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków części przeznaczonej dla egzaminatora.

Czas pracy:  
**170 minut***Życzymy powodzenia*Liczba punktów  
do uzyskania: **50**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach o numerach od 1 do 23 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

**Zadanie 1. (1p)**

Liczba  $\frac{2^{20} \cdot 8^{10}}{4^{25}}$  jest równa

- A.  $4^5$                       B.  $8^0$                       C.  $4^{30}$                       D.  $2^5$

**Zadanie 2. (1p)**

Liczba  $\sqrt[3]{125^2} : 5^{\frac{5}{3}}$  jest równa

- A.  $\sqrt{5}$                       B.  $\sqrt[3]{25}$                       C.  $\sqrt[3]{5}$                       D. 5

**Zadanie 3. (1p)**

Liczbą przeciwną do liczby  $a = \frac{2}{3-2\sqrt{3}} - \frac{1}{3+2\sqrt{3}}$  jest liczba

- A.  $1-2\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $3+2\sqrt{3}$                       D.  $1+2\sqrt{3}$

**Zadanie 4. (1p)**

Liczba  $x$  stanowi 20% liczby  $y$ . Zatem prawdziwe jest następujące równanie

- A.  $0,2x = y$                       B.  $y = 5x$                       C.  $1,2x = y$                       D.  $x = 1,2y$

**Zadanie 5. (1p)**

Wartość liczbową wyrażenia  $2\log_3 6 - \log_3 12$  jest równa

- A.  $3^1$                       B.  $3^2$                       C.  $3^0$                       D.  $3^{-1}$

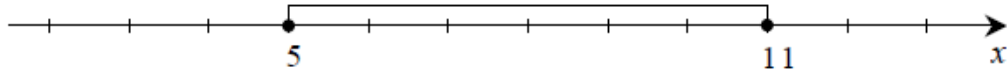
**Zadanie 6. (1p)**

Ile rozwiązań ma układ równań  $\begin{cases} -x + y - 1 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$  ?

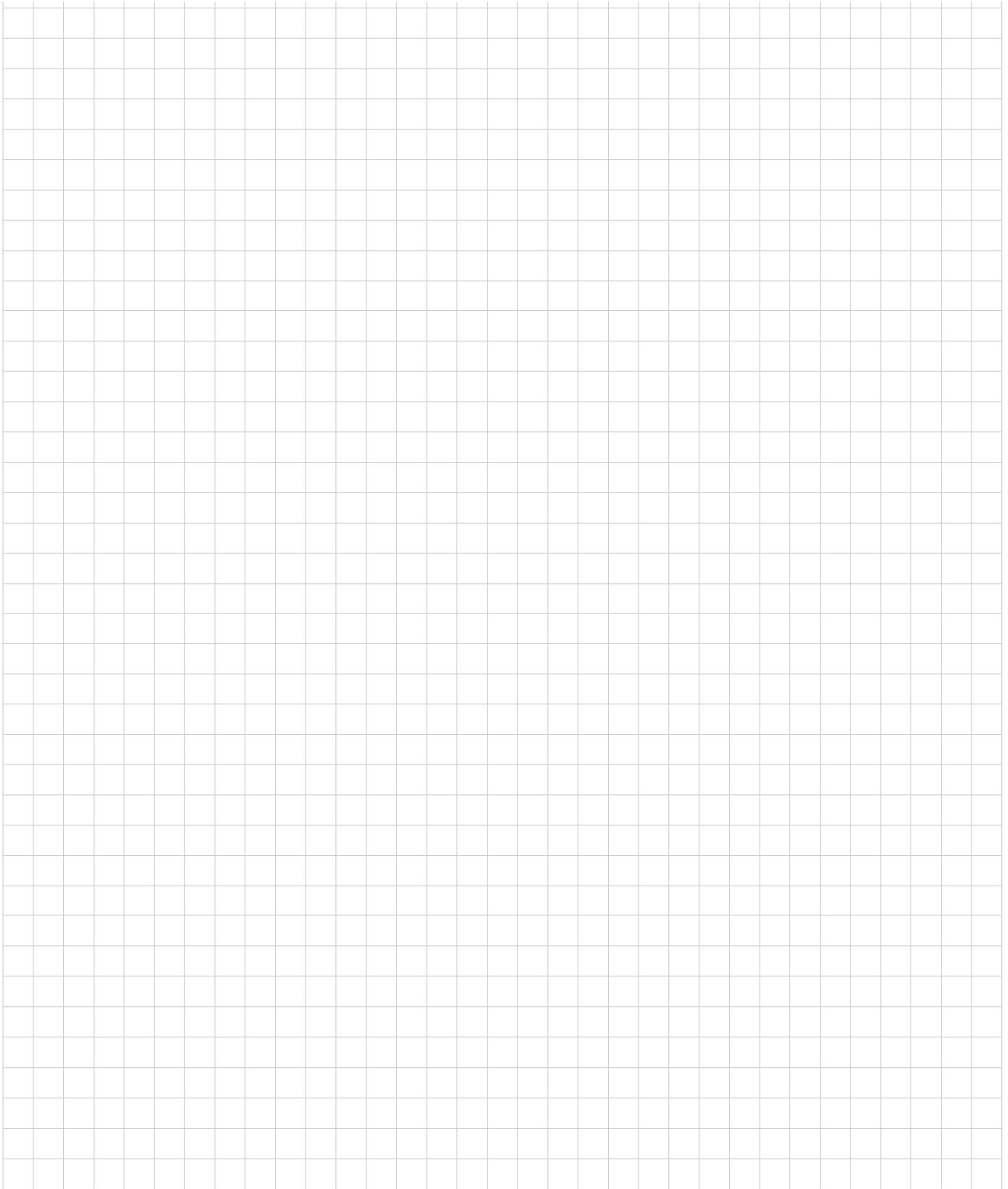
- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Zadanie 7. (1p)**

Wskaż nierówność, która opisuje przedział zaznaczony na osi liczbowej.



- A.  $|x-3| \leq 8$                       B.  $|x+8| \leq 3$                       C.  $|x-8| \leq 3$                       D.  $|x+8| \leq 8$

**BRUDNOPIS**A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares, intended for writing a rough draft.

**Zadanie 8. (1p)**

Zbiorem wartości funkcji  $y = (x-2)(x+4)$  jest przedział

- A.  $\langle -2, +\infty \rangle$                       B.  $\langle 4, +\infty \rangle$                       C.  $\langle 2, -4 \rangle$                       D.  $\langle -9, +\infty \rangle$

**Zadanie 9. (1p)**

Odcinek o długości 60 cm podzielono na trzy części, których stosunek długości jest równy 3:4:5. Najdłuższa z tych części ma długość

- A. 30                                      B. 12,5                                      C. 25                                      D. 15

**Zadanie 10. (1p)**

Prosta  $l$  ma równanie  $2x + y + 1 = 0$ . Wskaż równanie prostej prostopadłej do  $l$ .

- A.  $-2x - y + 1 = 0$     B.  $0,5x + y - 1 = 0$     C.  $2x - y + 1 = 0$                       D.  $-0,5x + y - 1 = 0$

**Zadanie 11. (1p)**

Rozwiązaniem równania  $\frac{x-1}{x+3} = \frac{2}{3}$  jest liczba

- A. 1                                      B. -3                                      C. 9                                      D. -1

**Zadanie 12. (1p)**

Do okręgu o równaniu  $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$  należy punkt :

- A. (1, 2)                                      B. (-1, -2)                                      C. (2, 1)                                      D. (-2, -1)

**Zadanie 13. (1p)**

Wskaż przedział, który jest zbiorem rozwiązań nierówności  $\frac{x}{3} + \frac{1}{6} \geq \frac{x}{2}$ .

- A.  $\langle -1, +\infty \rangle$                       B.  $(-\infty, 1)$                       C.  $(-\infty, -1)$                       D.  $\langle 1, +\infty \rangle$

**Zadanie 14. (1p)**

Liczba  $x = 2$  jest miejscem zerowym funkcji liniowej  $f(x) = (2+k)x + 4$  dla

- A.  $k = -2$                                       B.  $k = -4$                                       C.  $k = 2$                                       D.  $k = 4$

**Zadanie 15. (1p)**

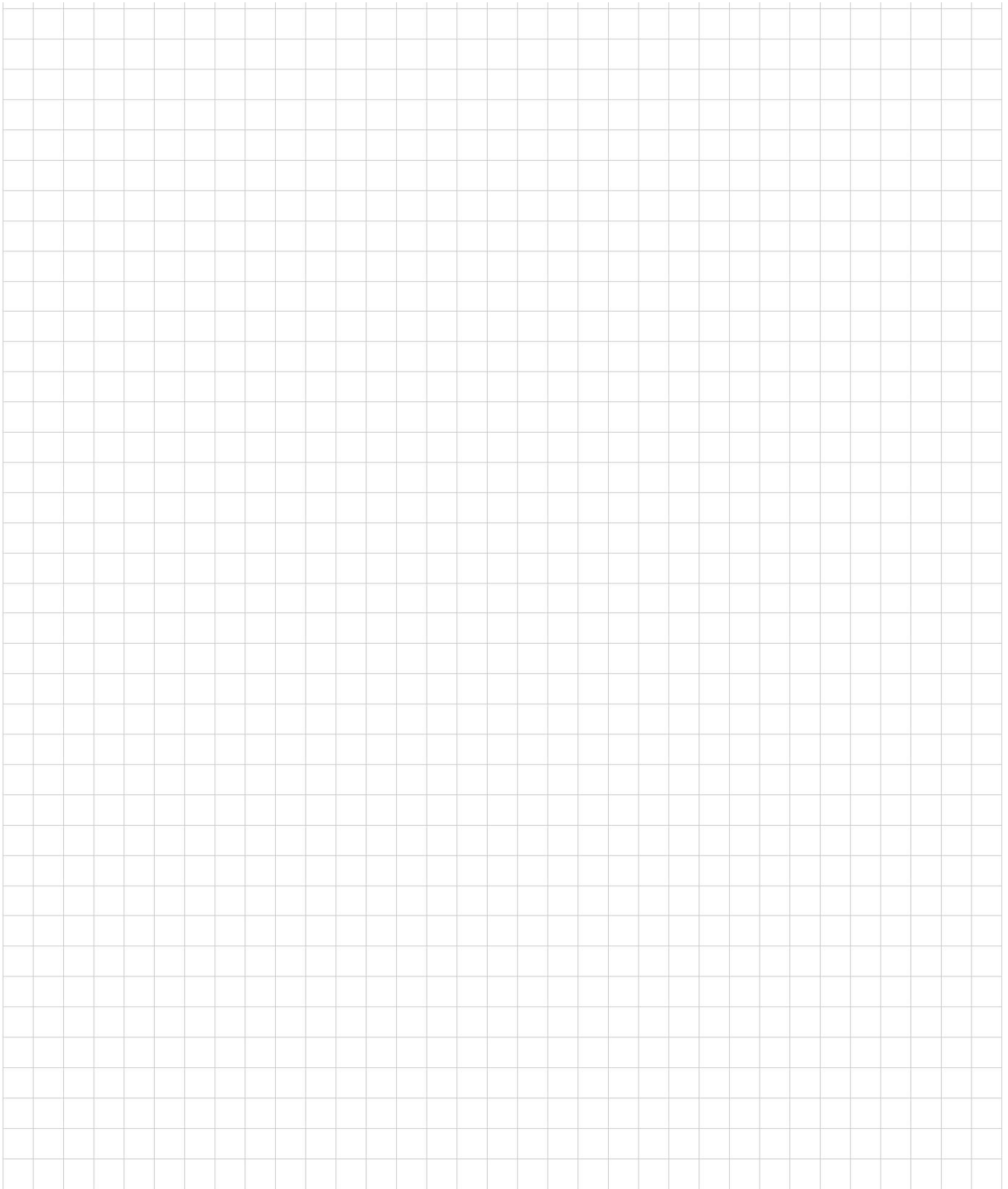
Największa wartość funkcji  $f(x) = -2(x-1)(x-5)$  wynosi

- A. 2                                      B. 5                                      C. 8                                      D. 1

**Zadanie 16. (1p)**

Boki równoległoboku mają długość 8 cm i 10 cm, a jego pole wynosi  $40 \text{ cm}^2$ . Kąt ostry równoległoboku ma miarę:

- A.  $45^\circ$                                       B.  $30^\circ$                                       C.  $60^\circ$                                       D.  $75^\circ$

**BRUDNOPIS**

**Zadanie 17. (1p)**

Ile wynosi suma dwunastu początkowych wyrazów nieskończonego ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_1 = 0,5$  oraz różnica  $r = -\frac{1}{2}$ ?

- A.  $-25$                       B.  $-35$                       C.  $-27$                       D.  $-37$

**Zadanie 18. (1p)**

Odchylenie standardowe zestawu danych: 1,2,3,4,5, jest równe

- A.  $\sqrt{2}$                       B. 2                      C.  $\sqrt{3}$                       D. 3

**Zadanie 19. (1p)**

W ciągu geometrycznym  $(a_n)$ , gdzie  $n \in N^+$ , dane są:  $a_4 = 324$  i  $a_5 = 972$ . Zatem:

- A.  $a_1 = 8$                       B.  $a_1 = 10$                       C.  $a_1 = 11$                       D.  $a_1 = 12$

**Zadanie 20. (1p)**

Wyrażenie  $(\frac{1}{9}(\sin^2 33^\circ + \sin^2 57^\circ))^{\frac{1}{2}}$  jest równe

- A.  $\frac{1}{9}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C. 1                      D.  $\frac{1}{2}$

**Zadanie 21. (1p)**

Funkcja  $f(x) = \begin{cases} -x+2, & \text{dla } x \in (-\infty, 3) \\ 2x-4, & \text{dla } x \in \langle 3, +\infty \end{cases}$

- A. nie ma miejsc zerowych                      B. ma dwa miejsca zerowe  
C. ma jedno miejsce zerowe                      D. ma trzy miejsca zerowe

**Zadanie 22. (1p)**

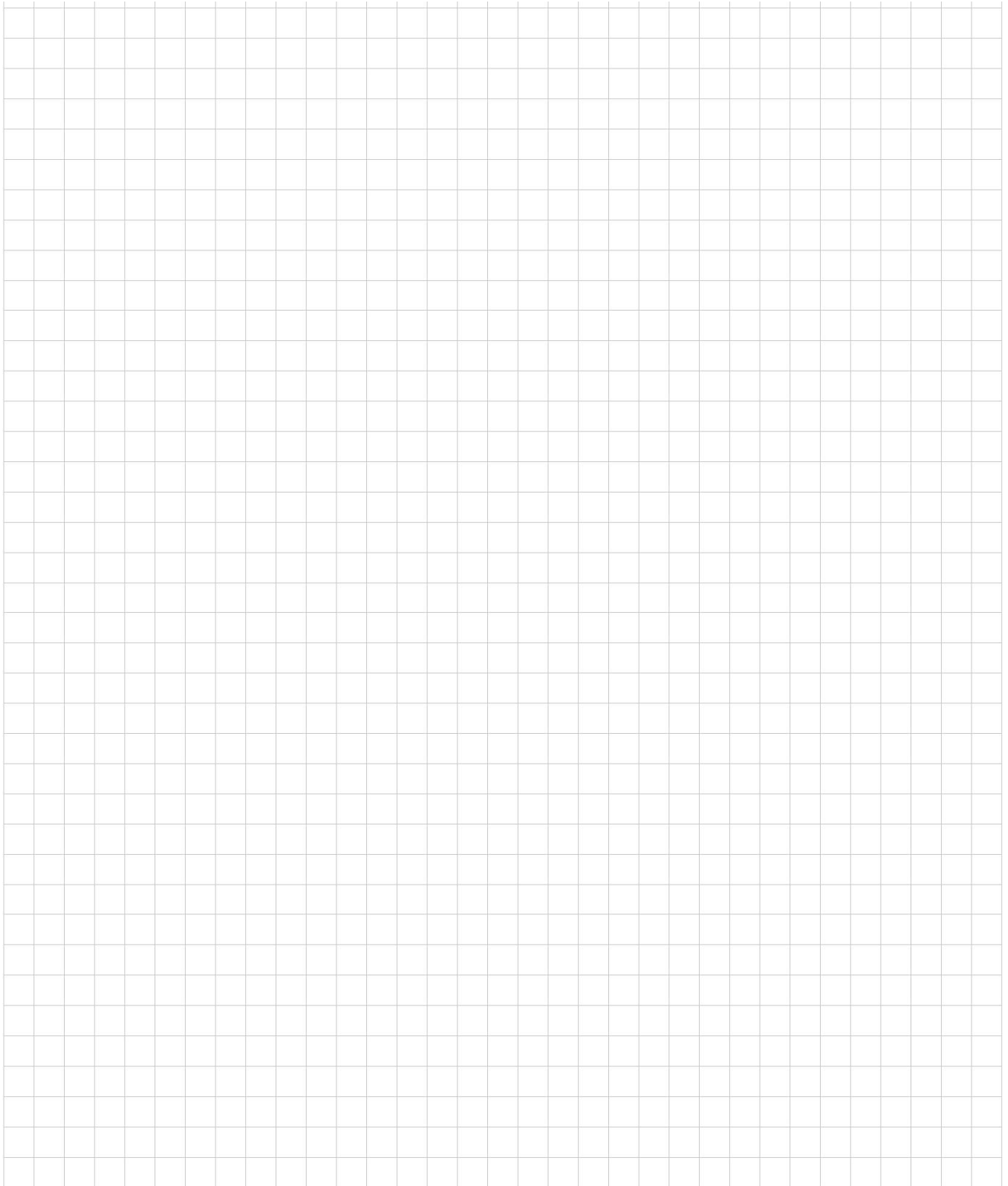
Stosunek pola koła wpisanego w kwadrat do pola koła opisanego na tym kwadracie jest równy:

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       D.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

**Zadanie 23. (1p)**

Z talii 52 kart wylosowano jedną kartę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowano kartę pikową lub waleta?

- A.  $\frac{4}{52}$                       B.  $\frac{13}{52}$                       C.  $\frac{16}{52}$                       D.  $\frac{17}{52}$

**BRUDNOPIS**A large grid of graph paper for writing answers, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares.





**Zadanie 26. (2p)**

Dany jest trójkąt ostrokątny równoramienny ABC, w którym bok AC jest równy BC. Odcinek AD jest wysokością tego trójkąta, oraz odcinek CE jest wysokością tego trójkąta. Udowodnij, że kąt DAB jest równy kątowi ECB.

**Zadanie 27. (2p)**

Uzasadnij, że dana równość  $\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \cos^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$  jest prawdziwa.

**Zadanie 28. (2p)**

Oblicz x, jeśli  $\log_8 |x + 2| = \frac{1}{3}$ .

Odpowiedź .....

**Zadanie 29. (4p)**

Wiesz, że funkcja kwadratowa  $f(x) = 2x^2 + bx + c$  przyjmuje wartość najmniejszą  $y=1$  dla  $x=1$ .

Wyznacz wzór funkcji  $f$ , a następnie rozwiąż równanie  $f(x+4) = f(-1)$ .



Odpowiedź .....

**Zadanie 30. (4p)**

Dana jest funkcja  $f(x) = |x-3| + 2$  dla  $x \in \langle -1; 6 \rangle$ .

- zapisz wzór tej funkcji opuszczając symbol wartości bezwzględnej,
- naszkiuj wykres funkcji  $y = f(x)$ ,
- naszkiuj wykres funkcji  $y = -f(x)$ ,



**Zadanie 31. (4p)**

Statek płynący z prędkością własną  $25 \frac{km}{h}$ , przepływa odległość z portu A do B z prądem rzeki w ciągu 40 godzin natomiast drogę powrotną płynąc pod prąd w ciągu 60 godzin. Oblicz średnią prędkość prądu rzeki, oraz przebytą drogę.

Odpowiedź .....

**Zadanie 32. (5p)**

W graniastosłupie prostym o podstawie rombu krótsza przekątna podstawy ma długość 6 cm i tworzy z krawędzią podstawy kąt  $60^{\circ}$ . Kąt między krótszą przekątną rombu i krótszą przekątną graniastosłupa ma miarę  $45^{\circ}$ . Oblicz objętość graniastosłupa.

Odpowiedź .....

**BRUDNOPIS**

**BRUDNOPIS**

## Karta odpowiedzi

## Wypełnia piszący

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Wypełnia sprawdzający

KOD UCZNIĄ

w.g. ustaleń szkolnych

Nr zadania	X	0	1	2
24.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

sumuje sprawdzający

Razem

Nr zadania	X	0	1	2	3	4	5	6
29.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
30.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
31.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
32.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

sumuje sprawdzający

Razem

sumuje sprawdzający

Razem

Suma punktów

Wynik w %