Kod ucznia ………… **Nazwisko i imię ……………………………………**

LSCDN

M A T E M A T Y K A

28 LUTEGO 2017

Instrukcja dla zdającego

Czas pracy:
170 minut

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 14 stron (zadania 1-34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola ■ do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◙ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj **tylko długopisu lub pióra** z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod (nazwisko i imię - ***zgodnie z ustaleniami szkolnymi)***.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Życzymy powodzenia!

Liczba punktów
do uzyskania: **50**

W zadaniach o numerach od 1 do 25 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

Zadanie 1. (1p)
Rozwiązaniem nierówności $-5 \le x-2 < 1$ jest zbiór

A 

B 

C 

D 

Zadanie 2. (1p)
Wartość wyrażenia $\log_2 16\sqrt{2} - \log_2 2\sqrt{2}$ jest równa

A. 3^{-1} B. $\sqrt{3}$ C. -3 D. 3

Zadanie 3. (1p)
Karolina ma o 25% wyższy wynik z egzaminu próbnego od Oli. Wynika z tego, że Oli wynik jest niższy od wyniku Karoliny o

A. 20% B. $22\frac{1}{2}\%$ C. 25% D. $17\frac{1}{2}\%$

Zadanie 4. (1p)
Jeżeli $a-b=4$ i $a^2-b^2=56$, to $a+b$ jest równe

A. 12 B.13 C.14 D.15

Zadanie 5. (1p)
Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x-y=2 \\ y+2x=4 \end{cases}$ w prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie jest

A. jeden punkt B. dwa punkty C. zbiór pusty D. prosta y = x

Zadanie 6. (1p)
Iloczyn wszystkich pierwiastków równania $-2(x-1)(2x+6)(5-x)=0$ jest równy

A . 15 B. 30 C. - 30 D. -15

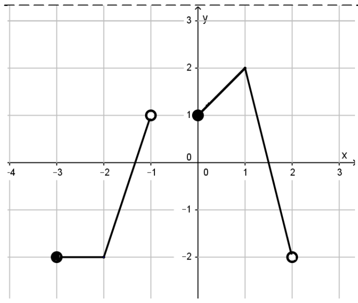
Zadanie 7. (1p)
Rozwiązaniem równania $4=\frac{2a-4}{a+3}$ jest liczba

A . $a=2$ B. $a=-3$ C. $a=-8$ D. $a=1$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 8. (1p)

Dziedziną funkcji, której wykres przedstawiono na rysunku jest



A. $\langle -3,-1)\cup\langle 0,2)$ B. $\langle -3,2)$ C. $\langle -2,2\rangle$ D. $\langle -2,1\rangle$

Zadanie 9. (1p)
Punkt o współrzędnych $(-2,4)$ należy do prostej $y = x + 2a - 1$ zatem

A. $a = 3\frac{1}{2}$ B. $a = -3\frac{1}{2}$ C. $a = \frac{1}{2}$ D. $a = -4$

Zadanie 10. (1p)
Liczba 4 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (5-m)x + 8$. Wynika stąd, że

A. $m = -8$ B. $m = -5$ C. $m = 7$ D. $m = 5$

Zadanie 11. (1p)
Funkcja kwadratowa f przyjmuje wartość największą równą -5 dla argumentu równego 2. Wobec tego funkcja f opisana jest wzorem

A. $f(x) = (x-2)^2 - 5$ B. $f(x) = -(x-2)^2 + 5$
C. $f(x) = -(x+2)^2 - 5$ D. $f(x) = -(x-2)^2 - 5$

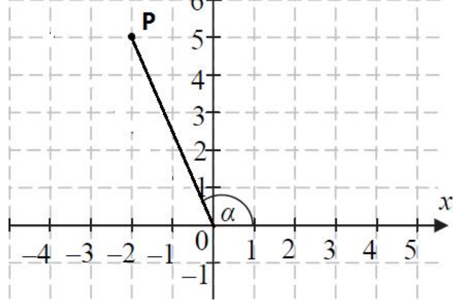
Zadanie 12. (1p)
Największą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x+3}{2} < \frac{1-x}{3}$ jest

A. 1 B. - 2 C. 2 D. - 1

Zadanie 13. (1p)
Dany jest ciąg liczbowy (a_n), w którym $a_1 = 3x - 9$, $a_2 = 6$, $a_3 = 3$. Dla jakiej wartości liczbowej x dany ciąg jest ciągiem geometrycznym?

A. $x = 7$ B. $x = 8$ C. $x = 6$ D. $x = 5$

Zadanie 14. (1p)
Tangens kąta α zaznaczonego na rysunku jest równy.



A. $-\frac{2}{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $-\frac{5}{2}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 15. (1p)
Jeżeli $tg\alpha = 3\sin\alpha$, oraz α jest kątem ostrym, to

A. $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ B. $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ C. $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ D. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 16. (1p)
Jeżeli suma miar kąta środkowego i kąta wpisanego opartych na tym samym łuku jest równa 180° , to kąty te są oparte na

A. $\frac{1}{2}$ okręgu B. $\frac{1}{3}$ okręgu C. $\frac{2}{3}$ okręgu D. $\frac{1}{4}$ okręgu

Zadanie 17. (1p)
Przekątna prostokąta ma długość 12 cm i tworzy z jednym z boków kąt o mierze 30°. Pole powierzchni tego prostokąta jest równe

A. $36\sqrt{3}\,cm^2$ B. $24\sqrt{3}\,cm^2$ C. $36\sqrt{2}\,cm^2$ D. $24\sqrt{2}\,cm^2$

Zadanie 18. (1p)
Proste o równaniach: $y = a^2x - 5$ i $y = \frac{1}{2a}x + 4$ ($a \neq 0$) są prostopadłe dla ***a*** równego

A. -1 B. 2 C. 1 D. -2

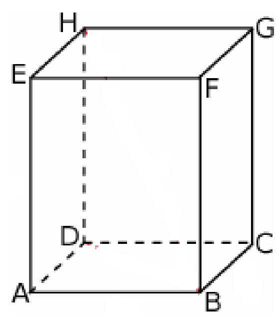
Zadanie 19. (1p)
Suma dwóch początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wynosi 5, a trzeci wyraz jest równy 7. Wówczas

A. $a_5 = 13$ B. $a_5 = 12$ C. $a_5 = 11$ D. $a_5 = 14$

Zadanie 20. (1p)
Środkiem odcinka o końcach $A = (-4, 8)$ i $B = (a+3, 4-2b)$ jest początek prostokątnego układu współrzędnych. Wówczas

A. $a = 1, b = 5$ B. $a = 1, b = 6$ C. $a = 2, b = 5$ D. $a = 6, b = 1$

Zadanie 21. (1p)
Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny. *(patrz rysunek)*
Podaj oznaczenie kąta zawartego między przekątną graniastosłupa i krawędzią podstawy.



A. kąt CAG B. kąt HFG C. kąt AGB D. kąt GAB

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 22. (1p)
Pole przekroju osiowego walca jest równe 12. Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe

A. 10π B. 16π C. 12π D. 24π

Zadanie 23. (1p)
Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o długości równej 10 cm jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 60^\circ$. Wysokość tego graniastosłupa ma długość równą

A. $5\sqrt{3}\,cm$ B. $5\,cm$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}\,cm$ D. $5\sqrt{2}\,cm$

Zadanie 24. (1p)
Dla jakiej wartości liczbowej x średnia arytmetyczna liczb: 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, x jest równa 4?

A.3 B. 4 C. 5 D. 6

Zadanie 25. (1p)
Losujemy rzucając dwukrotnie symetryczną kostką sześcienną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w drugim rzucie wylosujemy o trzy oczka więcej niż w pierwszym?

A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{4}$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26 do 34 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania (pamiętaj o udzieleniu odpowiedzi)

Zadanie 26. (2p)

Rozwiąż nierówność $(x-2)^2 \geq (x-2)(2x+1)$.

Odpowiedź:

Zadanie 27. (2p)

Wykaż, że dla dowolnych liczb całkowitych a, b liczba $x=(2a-b)^2-(a-2b)^2$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 28. (2p)

Wykaż, że stosunek długości promienia okręgu wpisanego w kwadrat do długości promienia okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Zadanie 29. (2p)
Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 2x - 3$ w przedziale $\langle -3,1 \rangle$.

Odpowiedź:

Zadanie 30. (2p)
Dane są punkty $A = (10, 20)$ i $B = (15, 45)$. Wyznacz współrzędne punktu przecięcia prostej AB z osią Ox.

Zadanie 31. (2p)
Średnia arytmetyczna dwóch liczb wynosi 16. Jeśli jedną z nich zmniejszymy dwukrotnie, a drugą zwiększymy o 50%, to średnia arytmetyczna zwiększy się o 2. Wyznacz te liczby.

Odpowiedź:

Zadanie 32. (4p)
W graniastosłupie prawidłowym trójkątnym przekątna ściany bocznej tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze równej 45°. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa, wiedząc, że jego objętość jest równa $16\sqrt{3}$.

Odpowiedź:

Zadanie 33. (4p)
Ze zbioru $D = \{-3, -2, -1, 1, 2\}$ losujemy najpierw jedną liczbę i oznaczamy ją jako ***a***. Następnie z pozostałych liczb losujemy drugą liczbę i oznaczamy ją jako ***b***. Liczby ***a*** i ***b*** są współczynnikami funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + b$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

a) X - funkcja *f* jest malejąca w zbiorze $\langle 0, +\infty)$.

b) Y – funkcja *f* ma dwa różne miejsca zerowe.

Odpowiedź:

Zadanie 34. (5p)
Ciąg (a_n), gdzie $n \in N_+$, jest nieskończonym ciągiem arytmetycznym o różnicy 2, w którym pierwszy wyraz jest równy -10. Wyznacz wszystkie wartości ***k***, dla których trzywyrazowy ciąg $(a_{k+1}, a_{k+3}, a_{2k+3})$ jest ciągiem geometrycznym.

Odpowiedź:

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

KARTA ODPOWIEDZI

KOD UCZNIA | | | | Nazwisko i imię ____________________

Wypełnia piszący

Nr zadania	A	B	C	D
1.	☐	☐	☐	☐
2.	☐	☐	☐	☐
3.	☐	☐	☐	☐
4.	☐	☐	☐	☐
5.	☐	☐	☐	☐
6.	☐	☐	☐	☐
7.	☐	☐	☐	☐
8.	☐	☐	☐	☐
9.	☐	☐	☐	☐
10.	☐	☐	☐	☐
11.	☐	☐	☐	☐
12.	☐	☐	☐	☐
13.	☐	☐	☐	☐
14.	☐	☐	☐	☐
15.	☐	☐	☐	☐
16.	☐	☐	☐	☐
17.	☐	☐	☐	☐
18.	☐	☐	☐	☐
19.	☐	☐	☐	☐
20.	☐	☐	☐	☐
21.	☐	☐	☐	☐
22.	☐	☐	☐	☐
23.	☐	☐	☐	☐
24.	☐	☐	☐	☐
25.	☐	☐	☐	☐

Razem | |

Wypełnia sprawdzający

Nr zadania	X	0	1	2
26.	☐	☐	☐	☐
27.	☐	☐	☐	☐
28.	☐	☐	☐	☐
29.	☐	☐	☐	☐
30.	☐	☐	☐	☐
31.	☐	☐	☐	☐

Razem | |

Nr zadania	X	0	1	2	3	4	5
32.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
33.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
34.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Razem | |

Suma punktów	Wynik w %