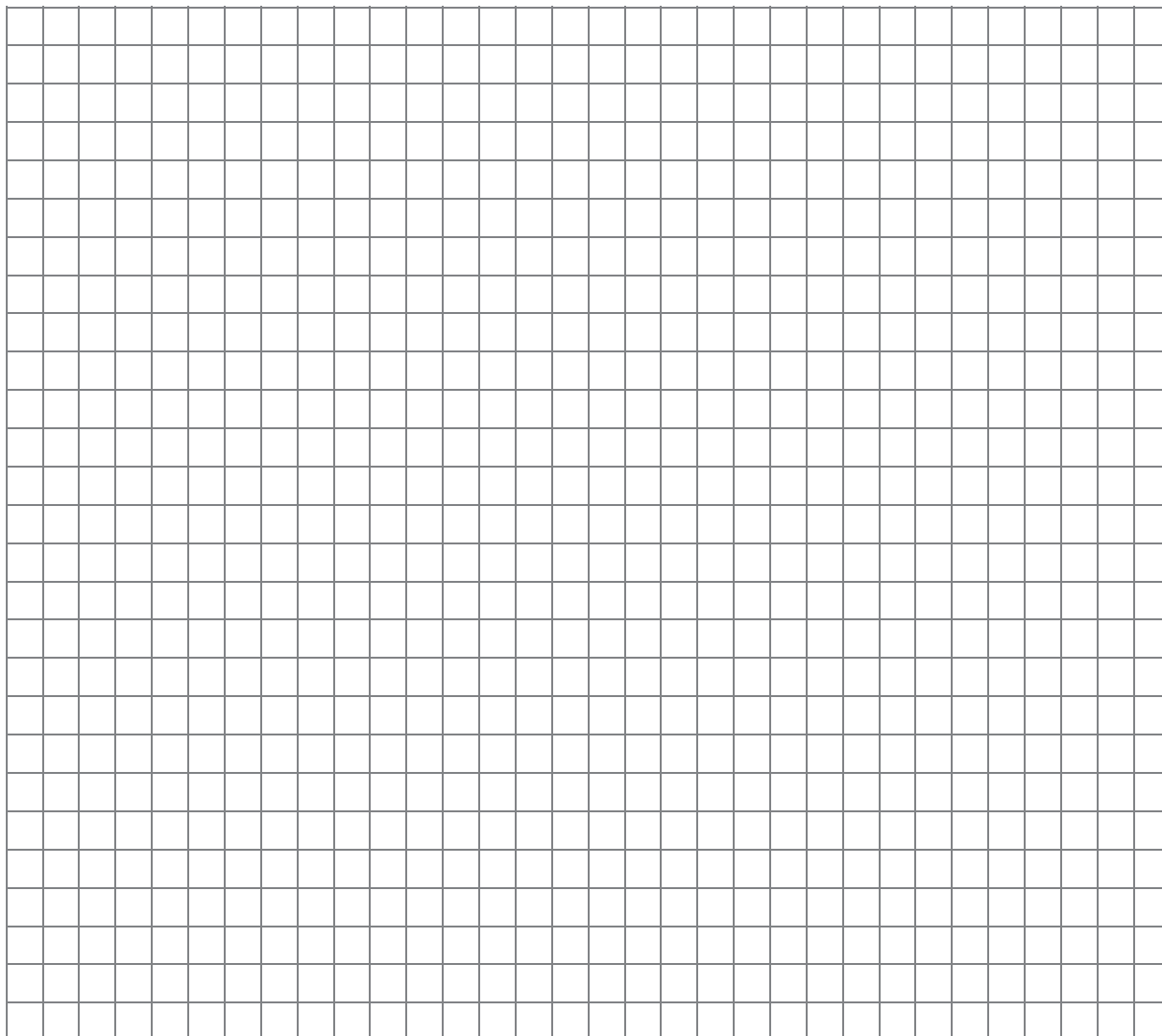


Zadanie 12. (4 pkt)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c funkcja:

$$f(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a)$$

ma co najmniej jedno miejsce zerowe.

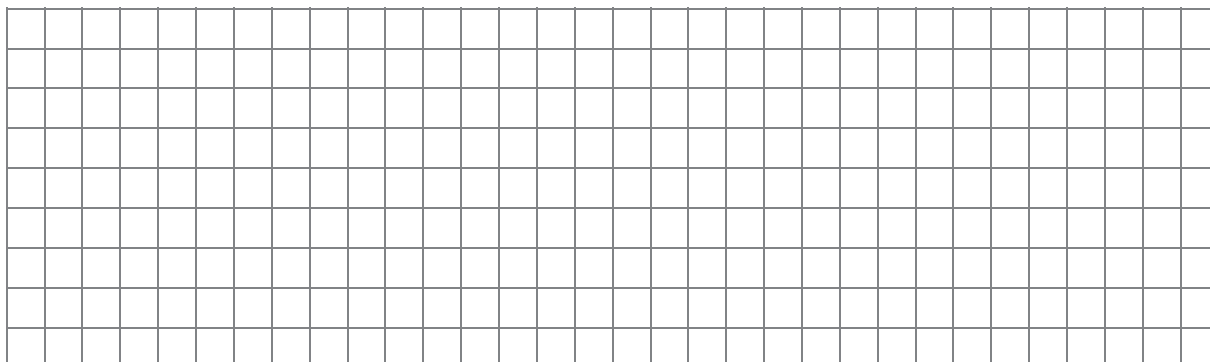


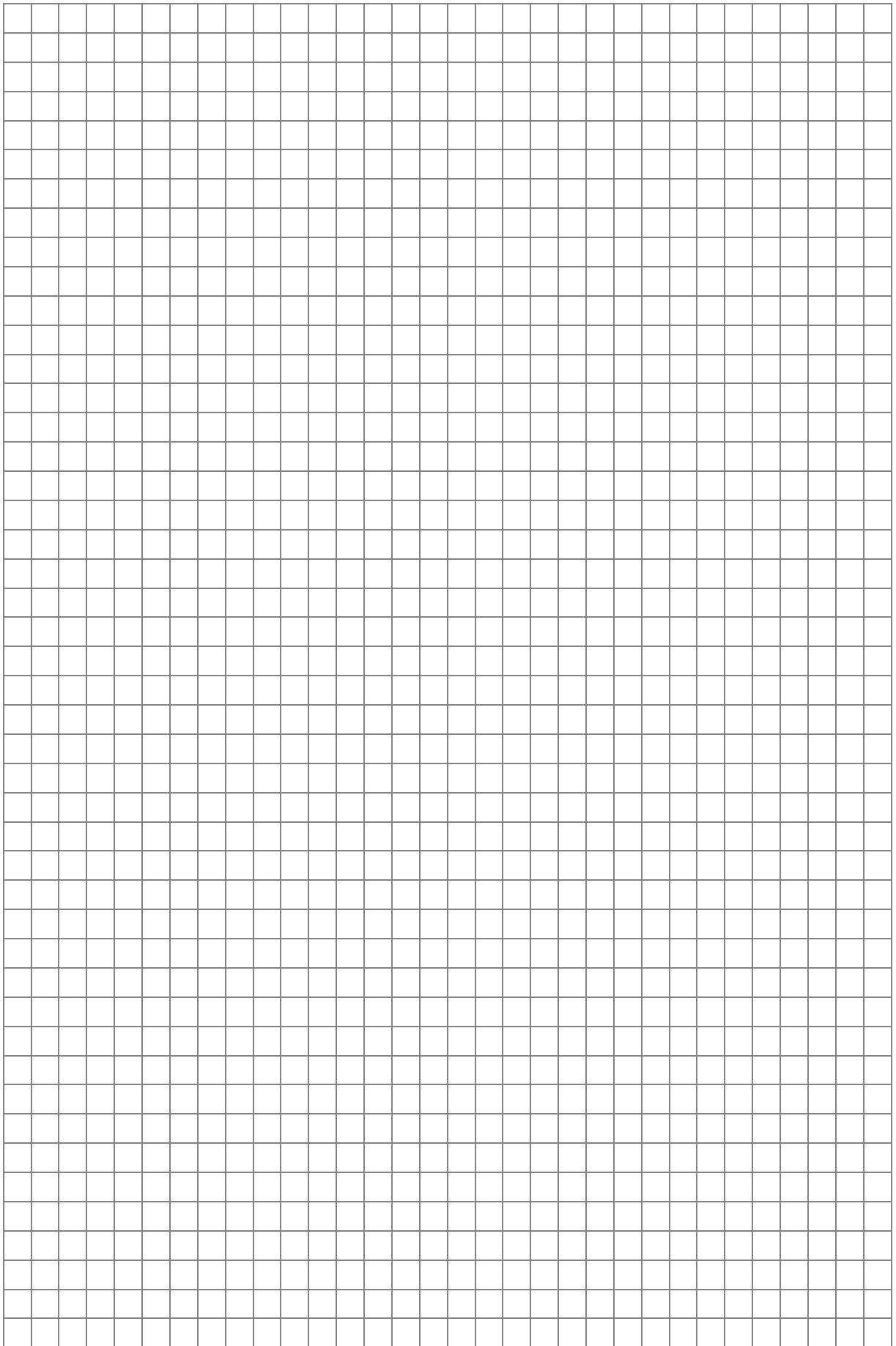
Zadanie 13. (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których każda liczba spełniająca równanie:

$$\log_m^2(x-1) + \log_m(x-1) - 2 = 0$$

jest mniejsza od 3.

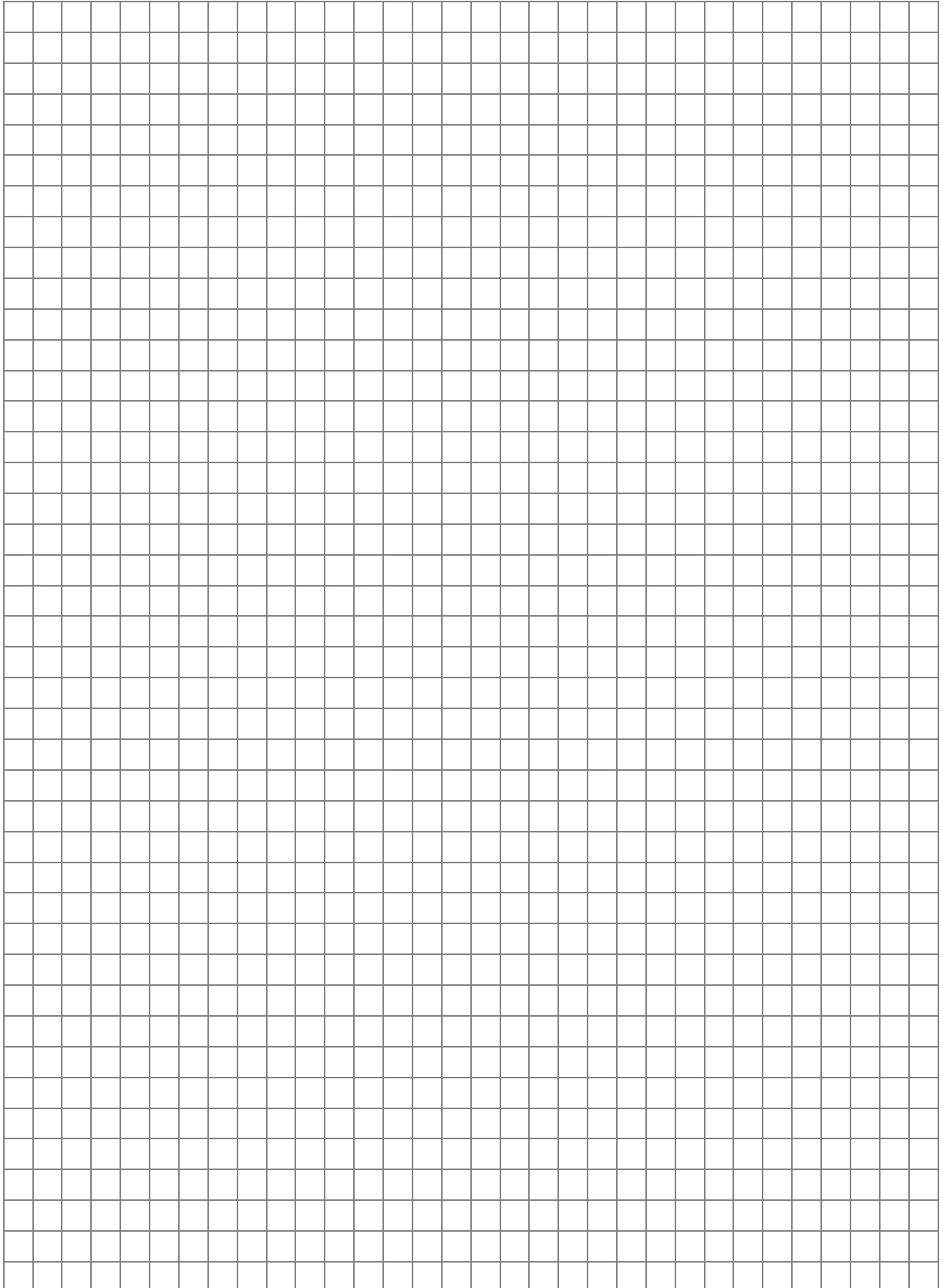




Zadanie 14. (3 pkt)

Wykaż, że jeśli $a \neq b$, to równanie: $x^2 + y^2 + ax + by + \frac{a \cdot b}{2} = 0$ jest równaniem okręgu.

Wyznacz współrzędne środka i długość promienia tego okręgu.

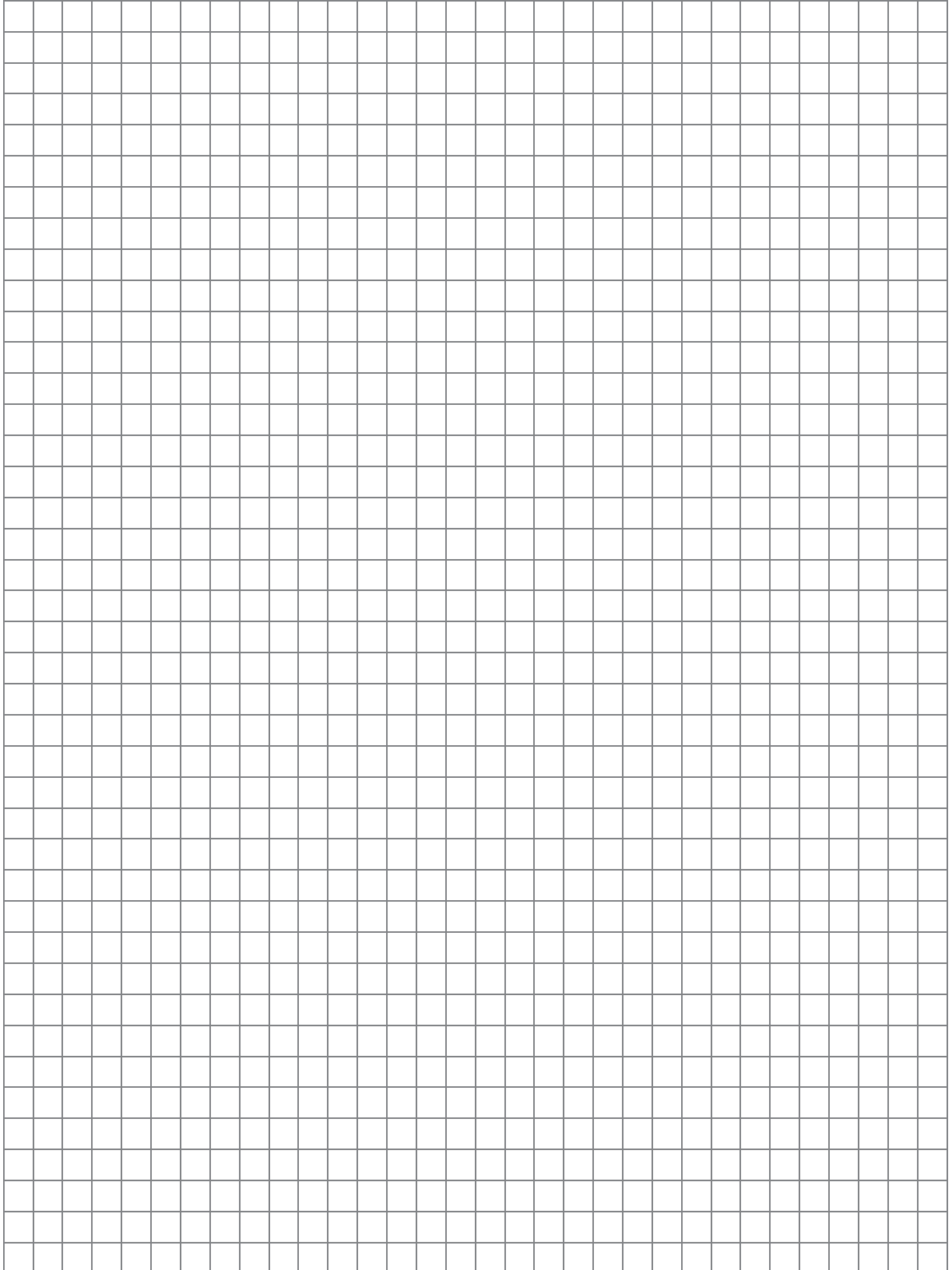


Zadanie 15. (4 pkt)

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem:

$$f(x) = \sin 2x + \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right).$$

Odpowiedź uzasadnij.

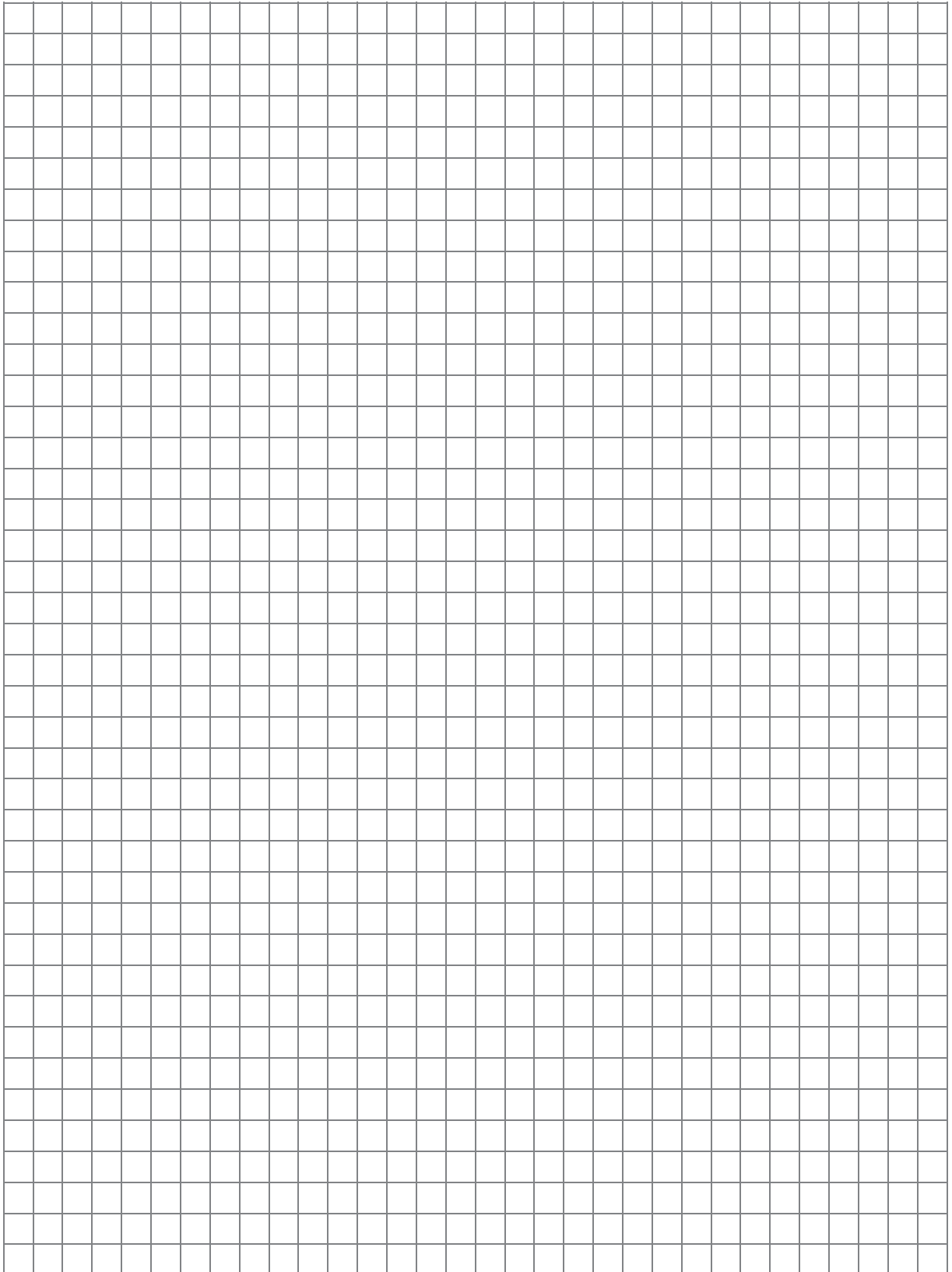


Zadanie 16. (5 pkt)

W prostokątnym układzie współrzędnych naszkicuj figurę F , gdzie:

$$F = \{(x; y): x \in R \wedge y \in R \wedge 3|x| + |y| \leq 2\}.$$

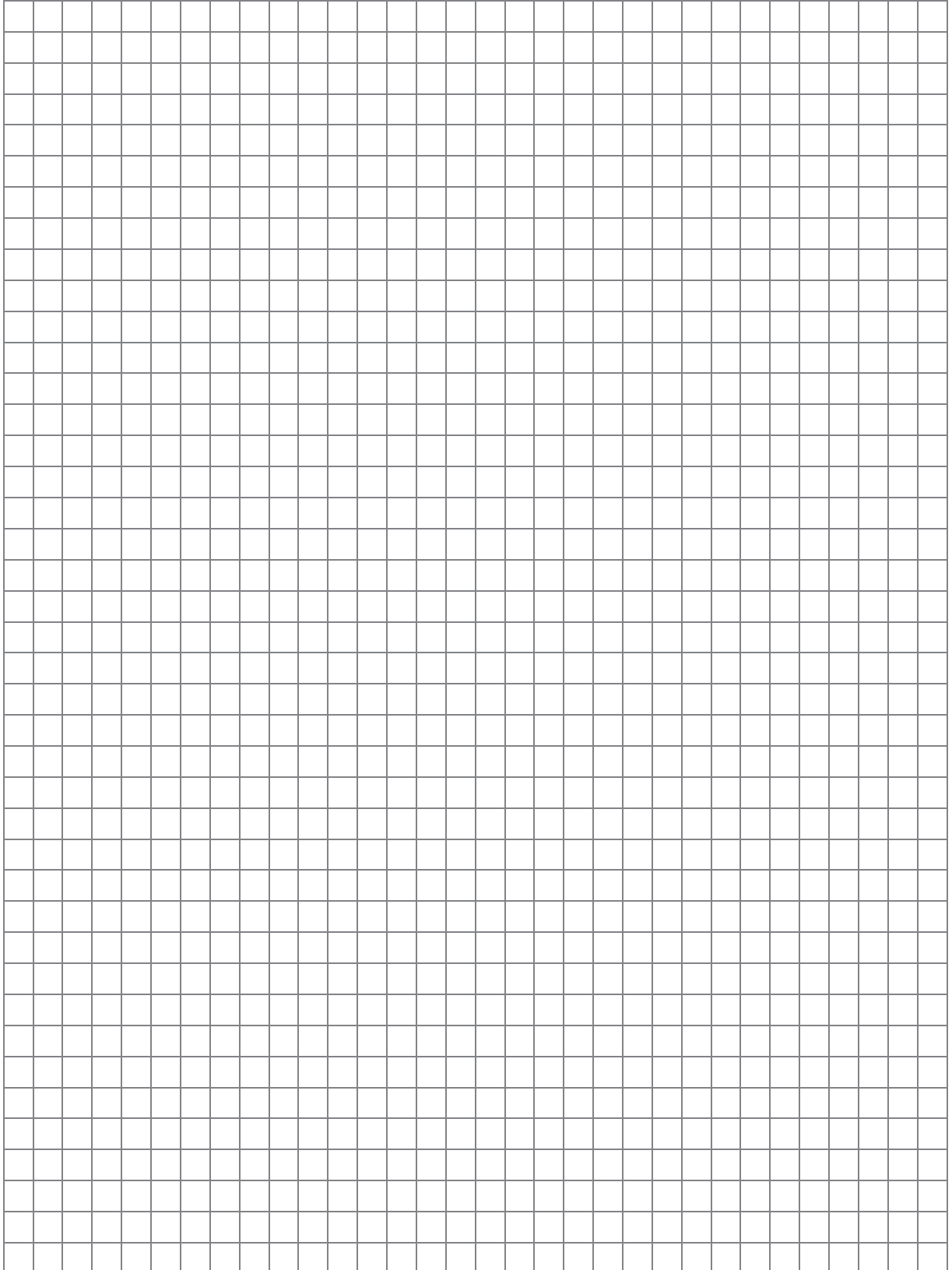
Oblicz pole figury F .



Zadanie 17. (5 pkt)

Odcinki o długościach: $2\sqrt{3}$, $3 - \sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$ są bokami trójkąta.

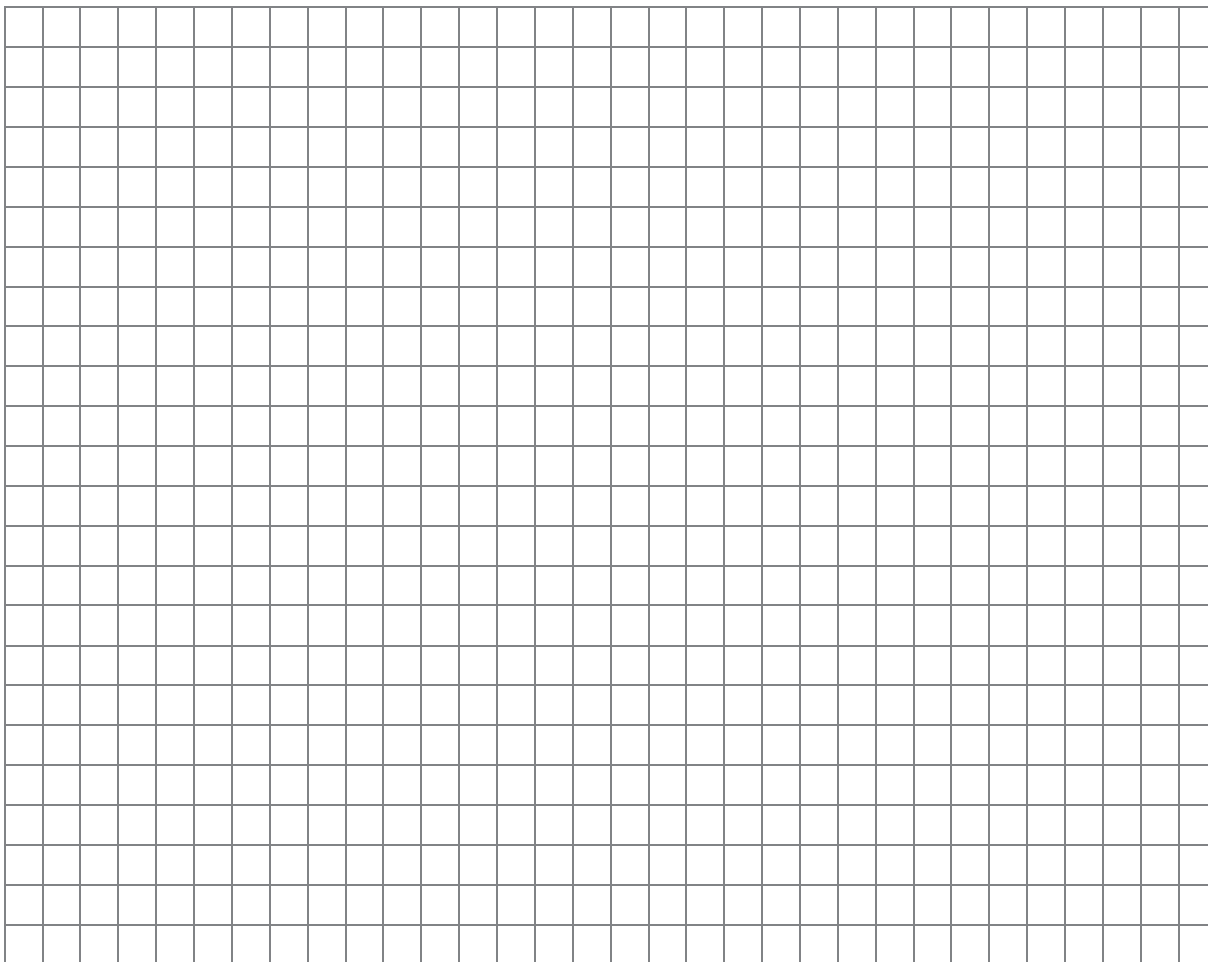
- a) Wyznacz miarę największego kąta tego trójkąta i oblicz długość wysokości poprowadzonej z wierzchołka tego kąta.
- b) Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.



Zadanie 18. (6 pkt)

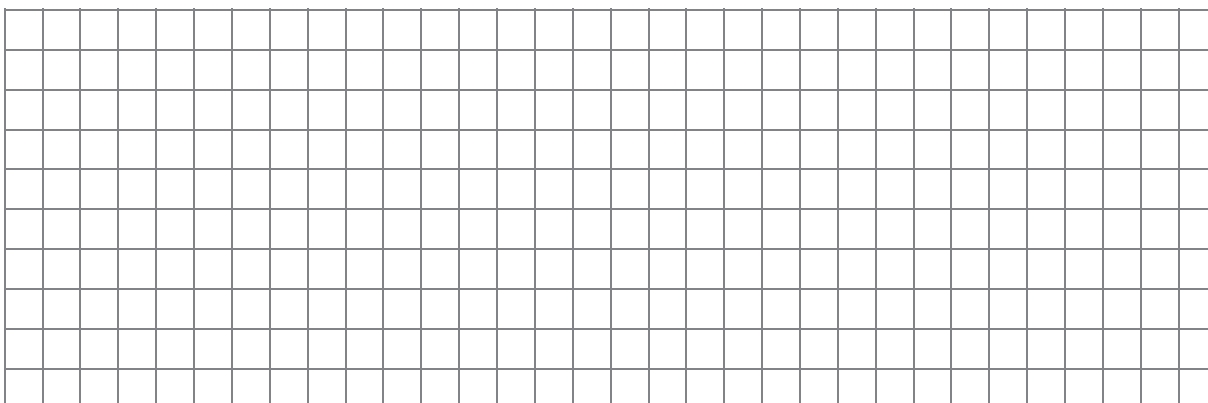
Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o polu 9 dm^2 . Dwie ściany boczne ostrosłupa są prostopadłe do płaszczyzny podstawy, a dwie pozostałe ściany boczne są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątami $\frac{\pi}{3}$ i $\frac{\pi}{6}$.

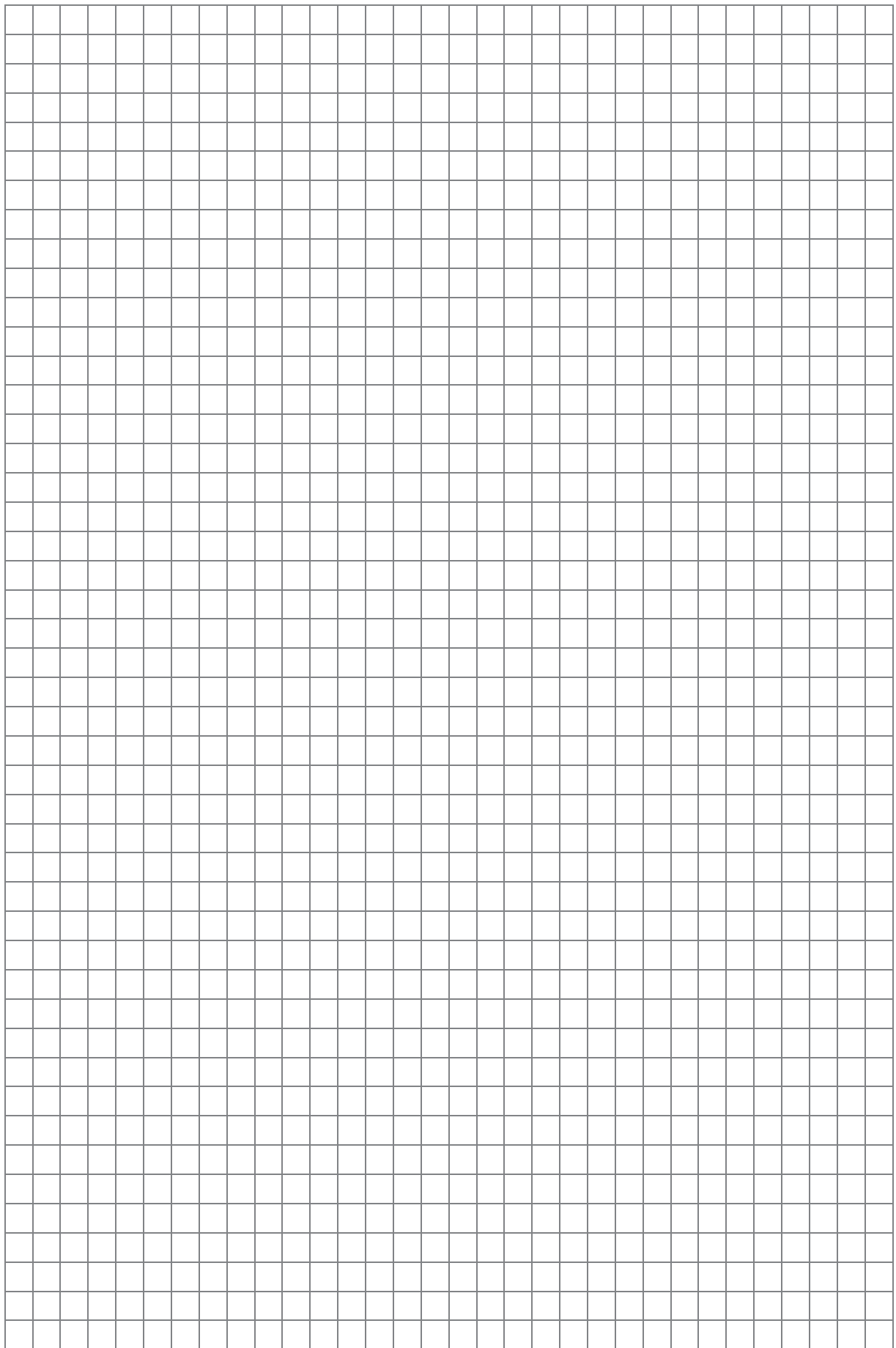
- a) Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz na nim dane kąty.
- b) Oblicz objętość ostrosłupa.



Zadanie 19. (5 pkt)

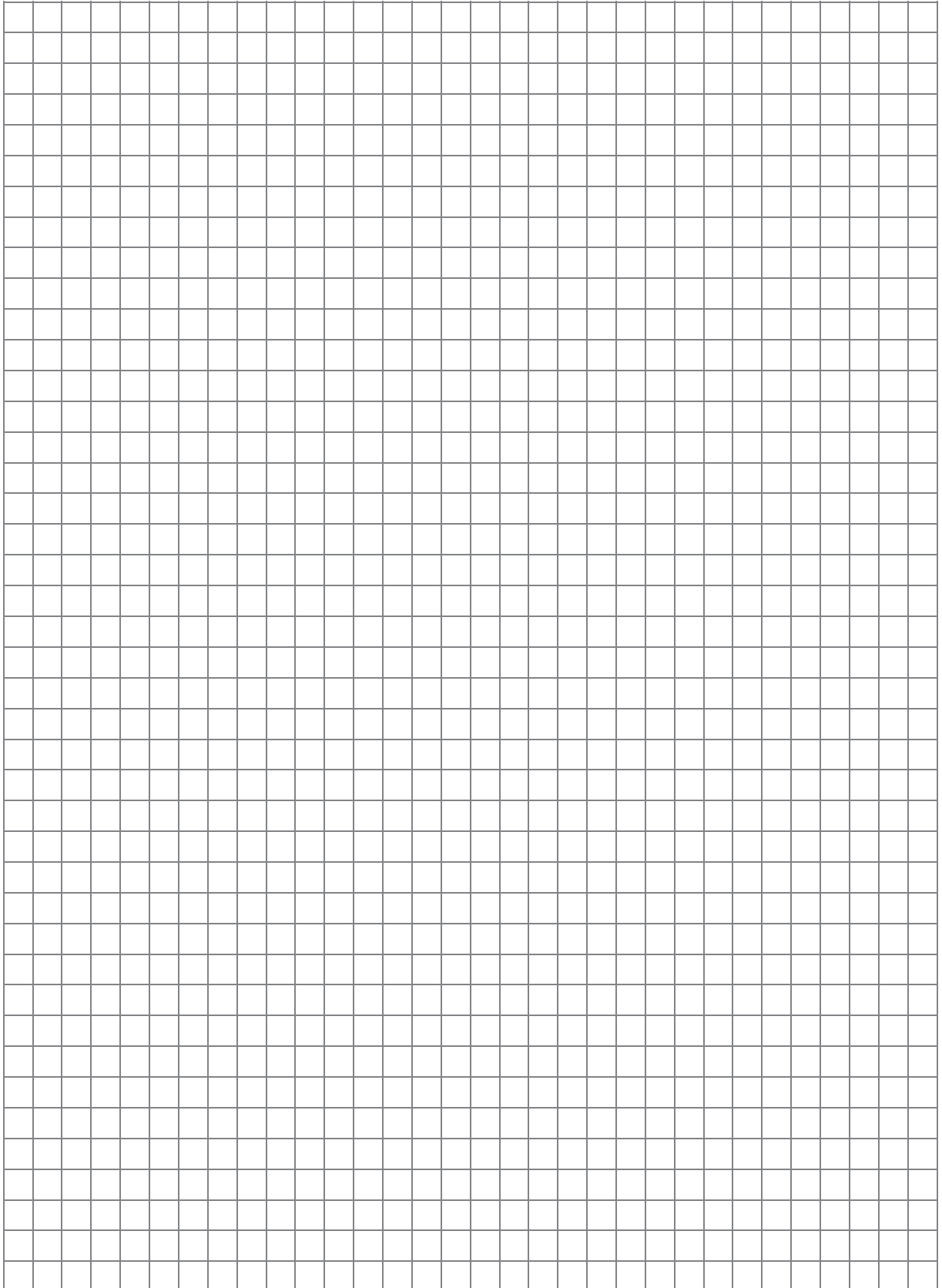
W pierwszej loterii jest n ($n > 2$) losów, w tym jeden los wygrywający. W drugiej loterii $2n$ losów, w tym dwa wygrywające. W której z loterii należy kupić dwa losy, aby mieć większą szansę wygranej? Odpowiedź uzasadnij.

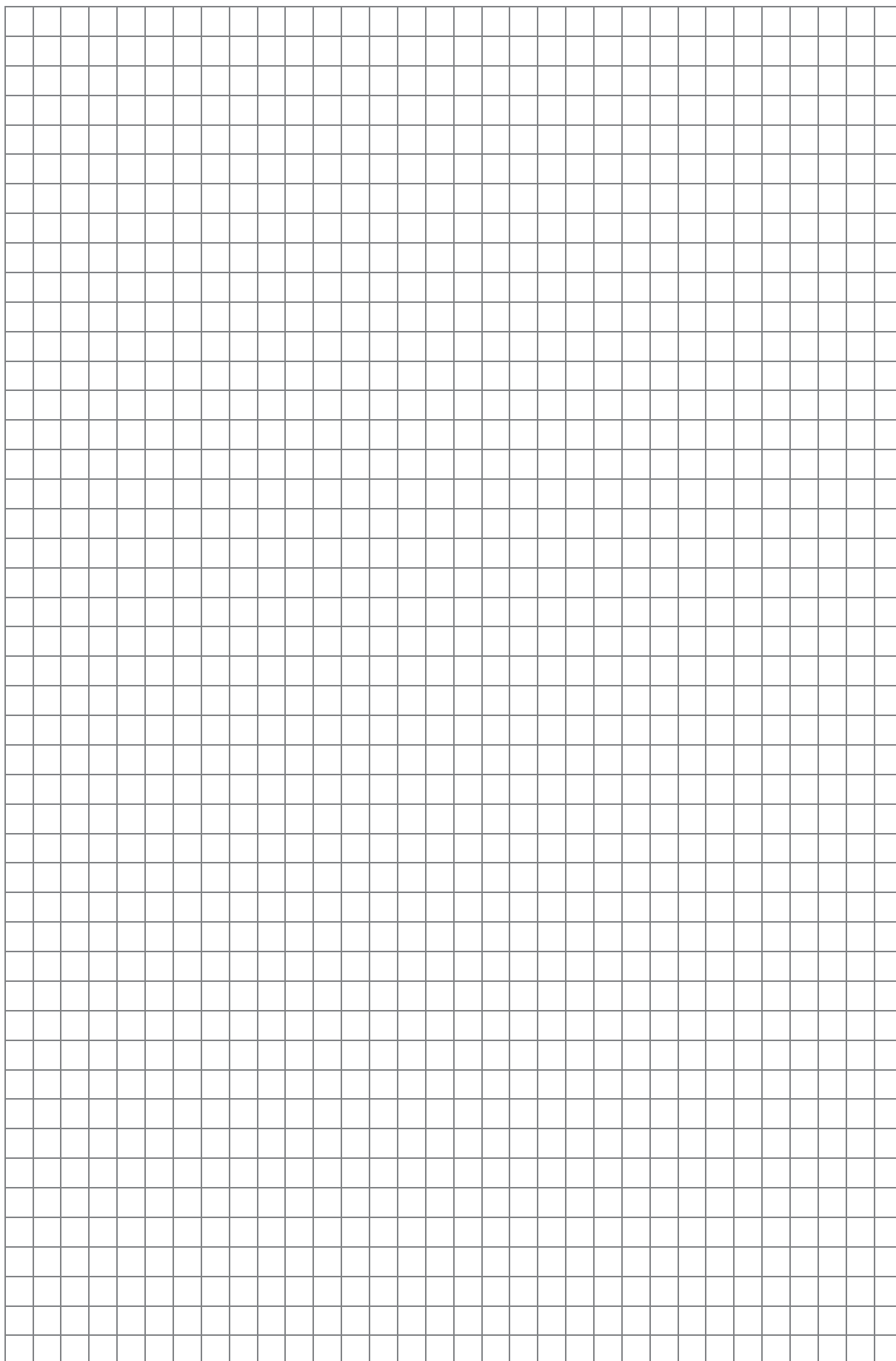




Zadanie 20. (7 pkt)

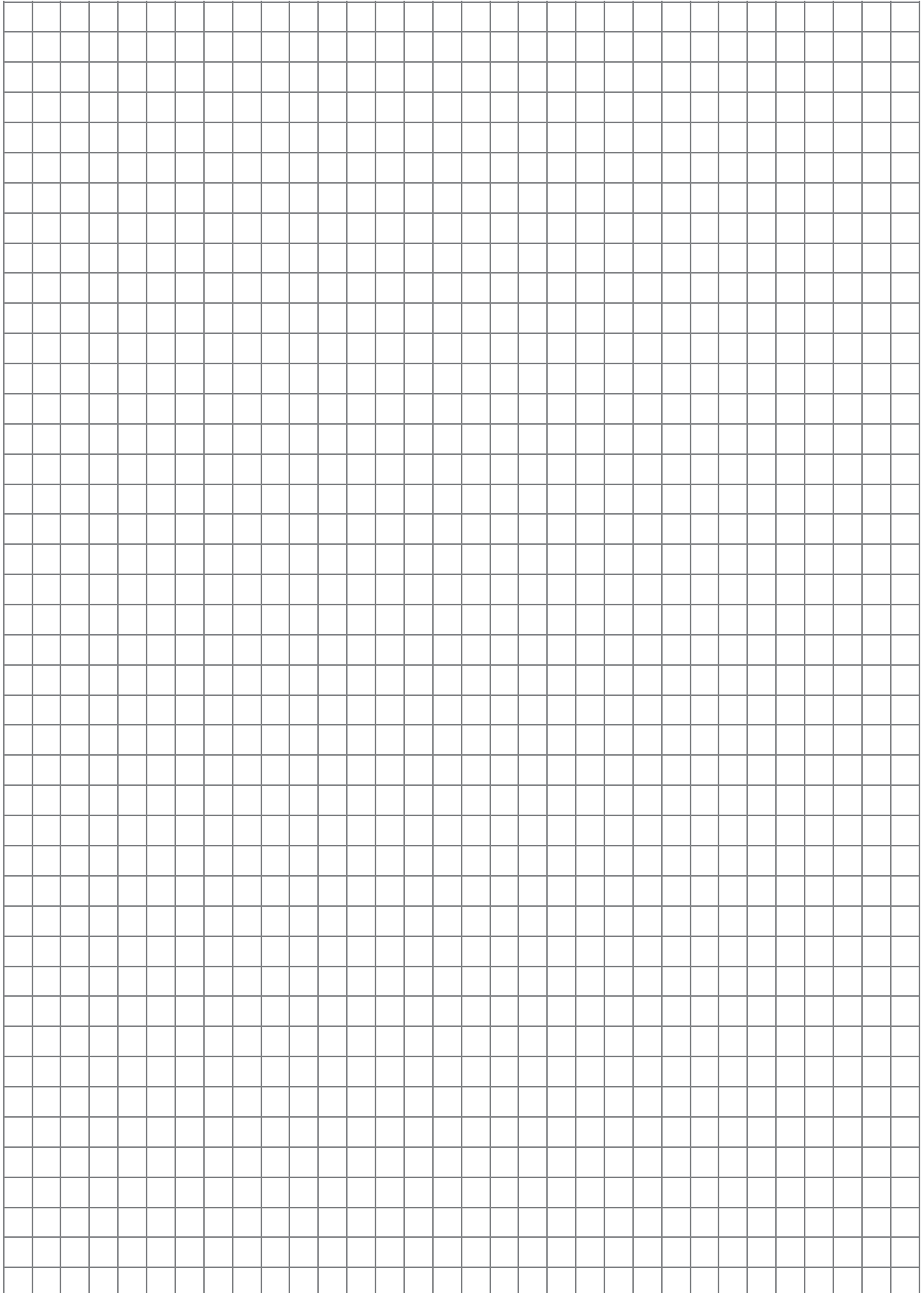
Różnica ciągu arytmetycznego (a_n) jest liczbą mniejszą od 1. Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia $\frac{a_1 \cdot a_{49}}{a_{50}}$ wiedząc, że $a_{51} = 1$.





Zadanie 21. (5 pkt)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste spełniające równanie: $(5 - x)^{x^3 - 4x^2 + x + 6} = 1$.





Brudnopis

