

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

**LISTOPAD
2013**

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–24.) zaznacz poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (25.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 24. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Suma liczby odwrotnej do liczby $-4\frac{3}{5}$ i liczby przeciwnej do liczby $\frac{18}{23}$ jest równa:

- A. -1 B. 0 C. $-\frac{21}{23}$ D. 1

Zadanie 2. (1 pkt)

Wartość wyrażenia $\frac{1}{2}\log_3 15 - \log_3 \sqrt{5}$ jest równa:

- A. -1 B. $\log_3 3\sqrt{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Zadanie 3. (1 pkt)

Suma przedziałów $(-\infty, -11) \cup (7, +\infty)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności:

- A. $|x+1| > 10$ B. $|x+2| > 9$ C. $|x-2| > 11$ D. $|x+1| < 10$

Zadanie 4. (1 pkt)

Niech $k = 2 - 3\sqrt{2}$, zaś $m = 1 - \sqrt{2}$. Wówczas wartość wyrażenia $k^2 - 12m$ jest równa:

- A. $21 + 12\sqrt{2}$ B. $21 - 12\sqrt{2}$ C. 10 D. 34

Zadanie 5. (1 pkt)

Liczba a stanowi 40% liczby b . Wówczas:

- A. $b = 0,4a$ B. $b = 0,6a$ C. $b = 2,5a$ D. $b = 0,25a$

Zadanie 6. (1 pkt)

Dziedzina funkcji $f(x) = \frac{x+3}{x^3+4x}$ jest zbiór:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-4, 0\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ C. \mathbb{R} D. $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$

Zadanie 7. (1 pkt)

Proste o równaniach $-3y - mx + 12 = 0$ oraz $y = 6x - 12$ są prostopadłe dla m równego:

- A. $\frac{1}{2}$ B. -18 C. $-\frac{1}{2}$ D. 6

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular grid for rough work, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares.

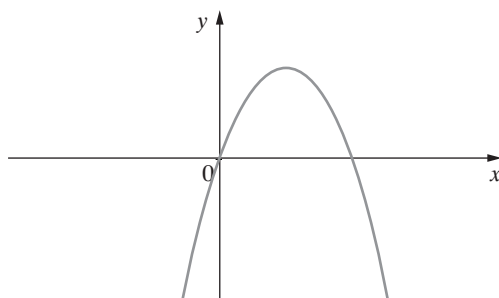
Zadanie 8. (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -2(x+3)(x-4)$ jest przedział:

- A. $\left(-\infty, 24\frac{1}{2}\right)$ B. $\left(-24\frac{1}{2}, +\infty\right)$ C. $\left(24\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. $\left(-25\frac{1}{2}, +\infty\right)$

Zadanie 9. (1 pkt)

Na wykresie przedstawiony jest trójmian $y = ax^2 + bx + c$.



Wynika z tego, że:

- A. $b < 0$ B. $b > 0$ C. $b \leq 0$ D. $b \geq 0$

Zadanie 10. (1 pkt)

Wielomian $W(x)$ jest stopnia czwartego. Pierwiastkiem dwukrotnym tego wielomianu jest liczba -1 . Po rozłożeniu na czynniki wielomian ten może być postaci:

- A. $-2(x-1)^2(x^2+1)$ B. $(x+1)^2(x-4)$
C. $-(x+1)^2(x^2+3)$ D. $(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)$

Zadanie 11. (1 pkt)

Liczba różnych rozwiązań równania $\frac{(x+3)(x^2-4)}{x^2+2x} = 0$ wynosi:

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

Zadanie 12. (1 pkt)

Dana jest funkcja $h(x) = \left(-\frac{1}{3}m + 2\right)x + \frac{3}{2}m - 1$. Funkcja ta dla argumentu 0 przyjmuje wartość 5. Wówczas:

- A. $m = 9$ B. $m = 6$ C. $m = 4$ D. $m = 2$

Zadanie 13. (1 pkt)

Ciąg (b_n) określony jest wzorem $b_n = (-1)^{2n+3}(n+1)$. Suma dwóch pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. -5 B. -1 C. 1 D. 5

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular grid for rough work, consisting of 25 columns and 30 rows of small squares.

Zadanie 14. (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym piąty wyraz jest równy 8, zaś siódmy wyraz tego ciągu jest równy 14. Dziesiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A. 21 B. 23 C. 24 D. 3

Zadanie 15. (1 pkt)

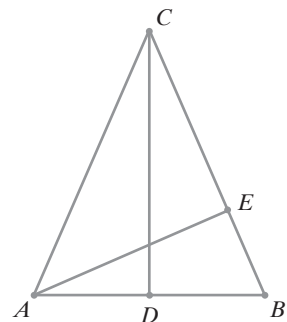
Pan Nowak wpłacił do banku k zł na procent składany. Oprocentowanie w tym banku wynosi 4% w skali roku, a odsetki kapitalizuje się co pół roku. Po 6 latach oszczędzania Pan Nowak zgromadzi na koncie kwotę:

- A. $k(1 + 0,02)^{12}$ zł B. $k(1 + 0,04)^{12}$ zł
C. $k(1 + 0,02)^6$ zł D. $k(1 + 0,4)^6$ zł

Zadanie 16. (1 pkt)

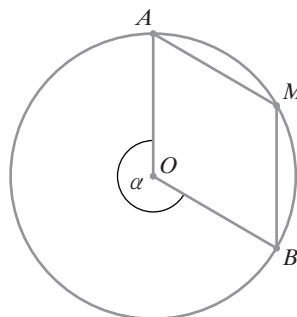
W trójkącie równoramiennym ABC (rys.) o wysokościach CD i AE podstawa AB ma długość 8 cm, a odcinek BE ma długość 3 cm. Długość odcinka AC jest równa:

- A. 6 cm B. $\frac{32}{3}$ cm
C. $\frac{28}{3}$ cm D. $\frac{33}{2}$ cm



Zadanie 17. (1 pkt)

W czworokącie $OBMA$ kąty wewnętrzne AOB i AMB mają równe miary (rys.).



Wówczas kąt α ma miarę:

- A. 160° B. 120° C. 240° D. 210°

Zadanie 18. (1 pkt)

W trójkącie prostokątnym długość jednej z przyprostokątnych jest równa 7, zaś długość przeciwprostokątnej jest równa 8. Zatem tangens mniejszego kąta ostrego w tym trójkącie jest równy:

- A. $\frac{15}{7}$ B. $\frac{8}{15}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{7}$ D. $\frac{7\sqrt{15}}{15}$

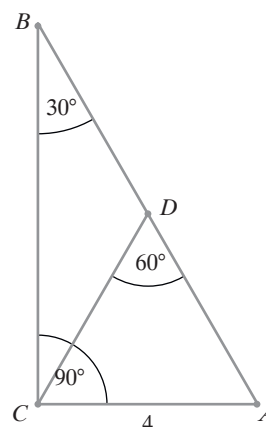
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

A large grid for rough work (brudnopis). The grid consists of 20 columns and 30 rows of small squares, providing a space for students to show their calculations and work during the exam.

Zadanie 19. (1 pkt)

Długość odcinka BD w trójkącie prostokątnym ABC (rys.) jest równa:

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
- B. 4
- C. $4\sqrt{3}$
- D. $4\sqrt{2}$



Zadanie 20. (1 pkt)

Pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny jest równe $\frac{16}{3}\pi$. Obwód tego trójkąta jest równy:

- A. $12\sqrt{3}$
- B. 24
- C. 12
- D. 36

Zadanie 21. (1 pkt)

Długość okręgu opisanego równaniem $x^2 - 4x + y^2 - 4 = 0$ jest równa:

- A. $4\sqrt{2}\pi$
- B. 4π
- C. $2\sqrt{2}\pi$
- D. $8\sqrt{2}\pi$

Zadanie 22. (1 pkt)

Punkty $A = (-2, 4)$ i $C = (-6, 2)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Zatem promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy:

- A. 10
- B. 2
- C. $\sqrt{5}$
- D. $\sqrt{10}$

Zadanie 23. (1 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 14, 15\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Prawdopodobieństwo, że wybierzemy liczbę, której dzielnikiem jest liczba 3, wynosi:

- A. $\frac{5}{9}$
- B. $\frac{4}{9}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{2}{3}$

Zadanie 24. (1 pkt)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym objętość jest równa 32, zaś krawędź podstawy jest równa 4. Wysokość tego ostrosłupa jest równa:

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{4}{3}$
- C. 2
- D. 6

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

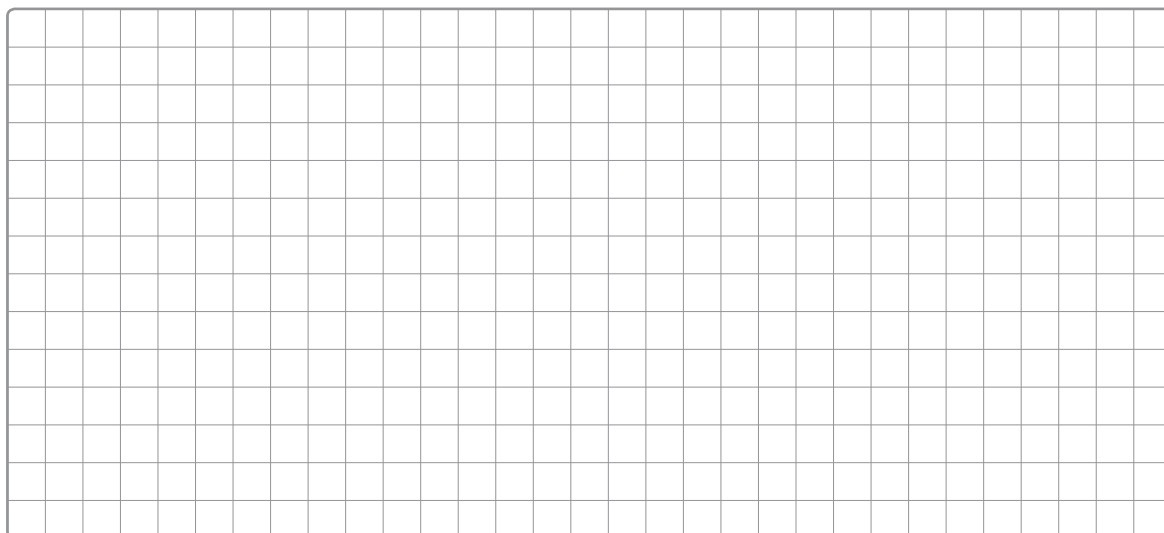
A large grid for rough work (brudnopis). The grid consists of 20 columns and 30 rows of small squares, providing a space for students to write their solutions or calculations during the exam.

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 25. do 33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 25. (2 pkt)

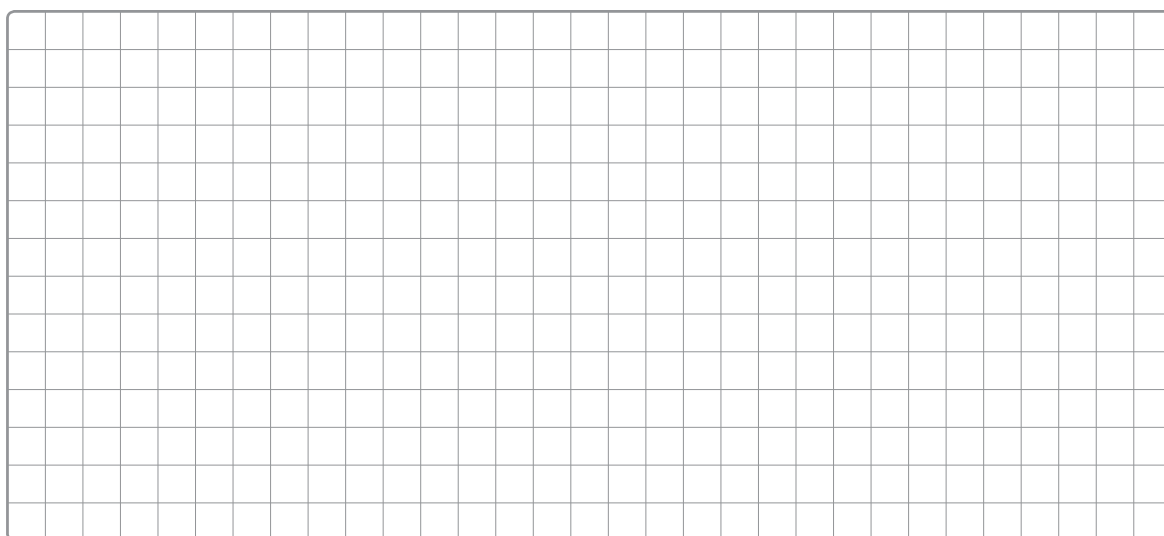
Rozwiąż nierówność: $-2x^2 + 3x < 4$.



Odpowiedź:

Zadanie 26. (2 pkt)

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + 3x^2 - (k+2)x - 6$. Wyznacz wartość k , wiedząc, że liczba -2 jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$.



Odpowiedź:

Zadanie 27. (2 pkt)


Wykaż, że trapez, w którym przekątne dzielą kąty przy dłuższej podstawie na połowy, jest równoramienny.



Odpowiedź:

Zadanie 28. (2 pkt)

Maszt telekomunikacyjny rzuca cień, który jest 2 razy krótszy niż wysokość masztu. Oblicz cosinus kąta, pod jakim padają promienie słoneczne.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (2 pkt)

Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Odległość ich środków jest równa 8 cm. Gdyby te okręgi były styczne wewnętrznie, to odległość ich środków byłaby równa 2 cm. Oblicz długości promieni tych okręgów.



Odpowiedź:

Zadanie 30. (2 pkt)

Dany jest trójkąt ABC , gdzie $A = (-3, -2)$, $B = (1, -1)$, $C = (-1, 4)$. Wyznacz równanie symetralnej boku AC tego trójkąta.



Odpowiedź:

Zadanie 31. (4 pkt)

Uczeń przygotowujący się do matury w ciągu pierwszego tygodnia rozwiązał 5 zadań. Postanowił jednak, że w każdym następnym tygodniu będzie rozwiązywał o 2 zadania więcej niż w poprzednim tygodniu. W którym tygodniu liczba zadań rozwiązanych przez niego od początku nauki przekroczy 480?



Odpowiedź:

Zadanie 32. (5 pkt)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym wysokość graniastosłupa jest o 4 krótsza od przekątnej podstawy i o 8 krótsza od przekątnej graniastosłupa. Oblicz sinus kąta pomiędzy przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy.



Odpowiedź:

Zadanie 33. (5 pkt)

Ojciec i syn zbierają w sadzie jabłka do skrzynek, które wkładają do samochodu dostawczego. Pracując jednocześnie, mogą załadować cały samochód w ciągu 6 godzin. Gdyby ojciec pracował sam, to załadowałby cały samochód w czasie o 5 godzin krótszym niż czas, w którym samodzielnie zrobiłby to syn. Oblicz, w jakim czasie ojciec załadowałby cały samochód, gdyby pracował sam.

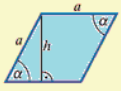
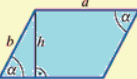
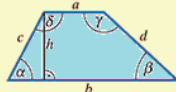
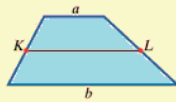
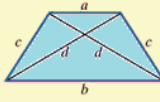
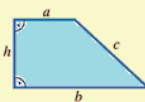


Odpowiedź:

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

A large rectangular grid of graph paper, consisting of 20 columns and 30 rows of small squares. The grid is intended for rough work (brudnopis) and is not to be graded.



Czworokąt	Obwód L , pole P	Własności
Romb	 $L = 4a$ $P = ah$ $P = a^2 \sin \alpha$	<p>Wszystkie boki są równe. Przeciwległe boki są równoległe. Przeciwległe kąty mają równe miary. Przekątne są prostopadłe, punkt przecięcia dzieli je na połowy. Suma miar kątów przyległych do jednego boku jest równa 180°.</p>
Równoległobok	 $L = 2a + 2b$ $P = ah$ $P = ab \sin \alpha$	<p>Przeciwległe boki są równoległe i równe. Przeciwległe kąty mają równe miary. Suma miar kątów przyległych do jednego boku jest równa 180°. Przekątne dzielą się na połowy.</p>
Trapez	 $\alpha + \delta = 180^\circ$ $\beta + \gamma = 180^\circ$ $L = a + b + c + d$ $P = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$  $ KL = \frac{a + b}{2}$  <p>Trapez równoramienny</p>  <p>Trapez prostokątny</p>	<p>Ma co najmniej jedną parę boków równoległych. Suma miar kątów przyległych do ramienia jest równa 180°. Odcinek łączący środki ramion trapezu jest równoległy do podstaw i równy średniej arytmetycznej ich długości. W trapezie równoramiennym dwa boki są równe. Jeżeli trapez równoramienny nie jest równoległobokiem, to jego przekątne są równe i punkt przecięcia dzieli je w tym samym stosunku. W trapezie prostokątnym dwa kąty są proste.</p>

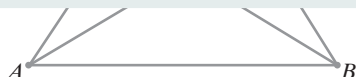
owiedzi.
ich sens

Kup vademecum

nowysklep.operon.pl/matura

23.	24.
B	D

tów



Zacznij
przygotowania
do matury już dziś

Kup vademecum

nowysklep.operon.pl/matura

Zobacz fragment

strona 345

Kup vademecum

nowysklep.operon.pl/matura



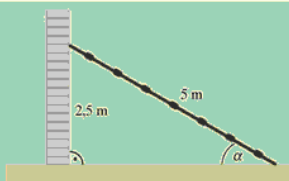
Zapisujemy równość, która wynika z treści zadania.	$\operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$
Wstawiamy do równości zależności zapisane na podstawie rysunku.	$\frac{a}{b} = 2 \cdot \frac{a}{c}$
Przekształcamy równość, tak aby otrzymać zależność między jedną z przyprostokątnych, a przeciwprostokątną.	$\frac{a}{b} = \frac{2a}{c}$ $ac = 2ab \quad : a$ $c = 2b$
W trójkącie prostokątnym, w którym przeciwprostokątna jest dwa razy dłuższa od przyprostokątnej leżącej przy kącie ostrym α , kąt ten ma miarę 60° . Możemy to sprawdzić, obliczając np. $\cos \alpha$.	$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{0,5c}{c} = 0,5$ $\alpha = 60^\circ$
Uwaga: Zadanie można rozwiązać inaczej, korzystając z zależności $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ i zapisując odpowiednią równość w postaci $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \sin \alpha$.	
związki między funkcjami trygonometrycznymi → patrz rozdział 6.1.4, s. 336	
Odpowiedź: C.	

Zadanie 3

Drabinę o długości 5 m oparto o ścianę budynku na wysokości 2,5 m. Miara kąta, jaki tworzy drabina z ziemią, jest równa:

- A. 30° B. 60° C. 45° D. 120°

Rozwiązanie:

Szkicujemy sytuację przedstawioną w zadaniu.	
Obliczamy sinus kąta, jaki tworzy drabina z ziemią.	$\sin \alpha = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$
Kąt ostry, którego sinus jest równy $\frac{1}{2}$, ma miarę 30° .	$\alpha = 30^\circ$
Odpowiedź: A.	

tów

Zobacz fragment

strona 161

Kup vademecum

nowy sklep operon.pl/matura

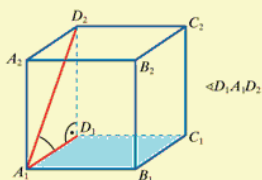


9. Stereometria

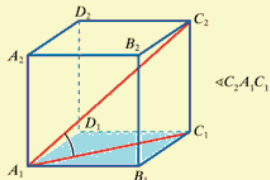
9. STEREOMETRIA

Kąty w graniastosłupach

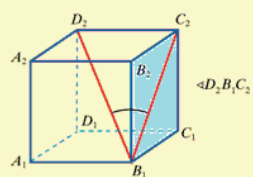
Kąt nachylenia przekątnej ściany bocznej do płaszczyzny podstawy



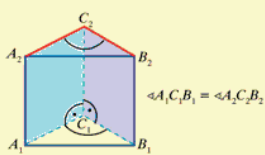
Kąt nachylenia przekątnej bryły do płaszczyzny podstawy



Kąt nachylenia przekątnej bryły do ściany bocznej

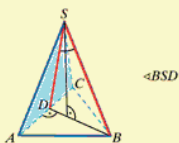


Kąt nachylenia dwóch sąsiednich ścian bocznych



Kąty w ostrosłupach

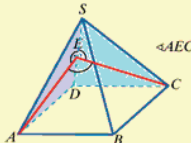
Kąt nachylenia krawędzi bocznej do przeciwległej ściany bocznej



Kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy

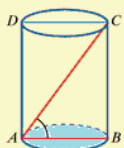


Kąt nachylenia dwóch sąsiednich ścian bocznych

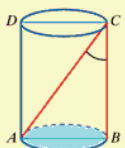


Kąty w walcach

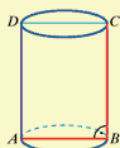
Kąt nachylenia przekątnej przekroju osiowego do płaszczyzny podstawy



Kąt nachylenia przekątnej przekroju osiowego do tworzącej



Kąt nachylenia tworzącej do podstawy



tów

Zobacz fragment

strona 241

Kup vademecum

nowy sklep operon.pl/matura

, jeśli
ołady
bądź
niono
łania)