



**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
DLA UCZNIÓW
LICEUM**

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 170 minut

Instrukcja dla piszącego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron.
2. W zadaniach od 1. do 20. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko **jedną** odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
3. Zaznaczając odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego, zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Rozwiązania zadań od 21. do 30. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
8. Obok numeru każdego zadania jest podana maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
10. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Życzymy powodzenia!

**Wypełnia zdający przed
rozpoczęciem pracy**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

MARZEC
ROK 2015

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie do
50 punktów

Odpowiedzi z tej próbnej
matury znajdziesz dziś
o godzinie 14 na
www.echodnia.eu/edukacja
oraz w jutrzejszym wydaniu
papierowym „Echa Dnia”

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 20. wybierz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)Liczba $2\log_3 18 - \log_3 12$ jest równa

- A. 36 B. $\log 9$ C. $\log_3 \frac{9}{4}$ D. 3

Zadanie 2. (1 pkt)Liczba $\frac{5^{13} + 25^6}{3 \cdot 5^{14} : 25}$ jest równa

- A. 2 B. $\frac{19}{42}$ C. $\frac{5^{13} + 1}{3}$ D. $\frac{5^{13}}{75}$

Zadanie 3. (1 pkt)Funkcja liniowa $f(x) = (3 - 2m)x + 3$ spełnia warunek $f(-2) - f(1) = 0$. Wynika stąd, że

- A. $m = -3$ B. $m = -1\frac{2}{3}$ C. $m = \frac{2}{3}$ D. $m = \frac{3}{2}$

Zadanie 4. (1 pkt)

Jakim procentem liczby 12 jest 40% liczby 6?

- A. 20% B. 48% C. 50% D. 80%

Zadanie 5. (1 pkt)Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3 - (2x + 1)^2 < -4x^2$ jest przedział

- A. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{2})$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-1, +\infty)$

Zadanie 6. (1 pkt)Równanie $(x^2 - 9)(x^2 + 4) = 0$ ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie rzeczywiste: $x = 3$.
 B. dwa rozwiązania rzeczywiste: $x = -3$, $x = 3$.
 C. dwa rozwiązania rzeczywiste: $x = -2$, $x = 2$.
 D. cztery rozwiązania rzeczywiste: $x = -3$, $x = -2$, $x = 2$, $x = 3$.

Zadanie 7. (1 pkt)Wykres funkcji f określonej dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$ przesunięto wzdłuż osi Ox o 2 jednostki w lewo i otrzymano wykres funkcji g . Wzór funkcji g można zapisać w postaci

- A. $g(x) = \frac{1}{x+2}$ B. $g(x) = \frac{1}{x-2}$ C. $g(x) = \frac{1}{x} + 2$ D. $g(x) = \frac{1}{x} - 2$

Zadanie 8. (1 pkt)Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej dwucyfrowej kwadrat sumy cyfr tej liczby. Wówczas

- A. $f(41) = 17$ B. $f(41) = 25$ C. $f(41) = 1601$ D. $f(41) = 1681$

BRUDNOPIS



Zadanie 9. (1 pkt)

Wyraz a_6 ciągu arytmetycznego (a_n) jest o 12 większy od wyrazu a_2 tego ciągu. Różnica ciągu (a_n) jest równa

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

Zadanie 10. (1 pkt)

Najmniejsza wartość funkcji kwadratowej $f(x) = (x-3)^2 - 2$ w przedziale $\langle -3, 0 \rangle$ jest równa

- A. -3 B. -2 C. 7 D. 34

Zadanie 11. (1 pkt)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$. Wtedy wartość wyrażenia $(1 - \sin \alpha)^2$ jest równa

- A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 12. (1 pkt)

Punkt $A = (-1, 2)$ jest wierzchołkiem kwadratu. Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (2, 5)$. Obwód tego kwadratu jest równy

- A. $6\sqrt{2}$ B. 12 C. $12\sqrt{2}$ D. 24

Zadanie 13. (1 pkt)

Proste o równaniach $y = (2-m)x - 1$ oraz $y = 2x + 3$ są prostopadłe, gdy

- A. $m = 0$ B. $m = 1\frac{1}{2}$ C. $m = 2\frac{1}{2}$ D. $m = 4$

Zadanie 14. (1 pkt)

Na parking wjechało 5 samochodów z numerami rejestracyjnymi zaczynającymi się od: TK, TKI, TOS, TBU, TJE. Ile jest wszystkich możliwości zaparkowania tych samochodów na pięciu ponumerowanych kolejnych miejscach tak, żeby samochody z numerami rejestracyjnymi zaczynającym się od TK oraz TKI stały obok siebie?

- A. 5 B. 12 C. 48 D. 125

Zadanie 15. (1 pkt)

Ciąg $(1, x^2, y, 16)$ jest geometryczny. Wówczas

- A. $x^4 = 16$ B. $x^5 = 16$ C. $x^6 = 16$ D. $x^7 = 16$

Zadanie 16. (1 pkt)

Średnia arytmetyczna zestawu sześciu uporządkowanych rosnąco liczb: 3, 7, 8, x , 30, 32 jest równa medianie tego zestawu. Wynika stąd, że

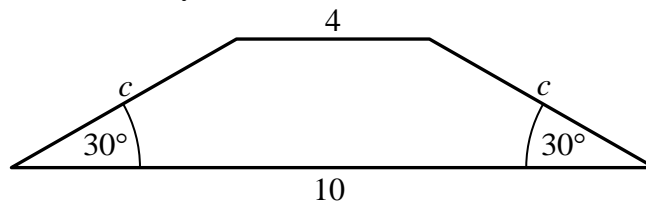
- A. $x = 10$ B. $x = 18$ C. $x = 24$ D. $x = 28$

BRUDNOPIS



Zadanie 17. (1 pkt)

Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 10 i 4, a ramiona są nachylone do dłuższej podstawy pod kątem 30° (zobacz rysunek)

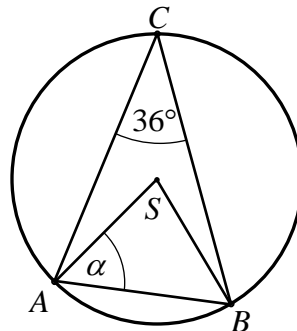


Długość ramienia tego trapezu jest równa

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

Zadanie 18. (1 pkt)

Punkty A , B i C leżą na okręgu o środku S . Kąt ACB ma miarę równą 36° (zobacz rysunek).



Wówczas miara α kąta ostrego BAS jest równa

- A. 24° B. 36° C. 54° D. 60°

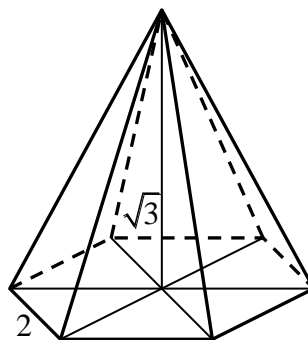
Zadanie 19. (1 pkt)

Wysokości dwóch stożków są równe. Objętość pierwszego stożka jest 9 razy większa od objętości drugiego stożka. Promień podstawy pierwszego stożka jest równy r_1 , a promień podstawy drugiego stożka jest równy r_2 . Zatem

- A. $r_1 = \frac{1}{3}r_2$ B. $r_1 = r_2$ C. $r_1 = 3r_2$ D. $r_1 = 9r_2$

Zadanie 20. (1 pkt)

Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 2, a wysokość tego ostrosłupa jest równa $\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



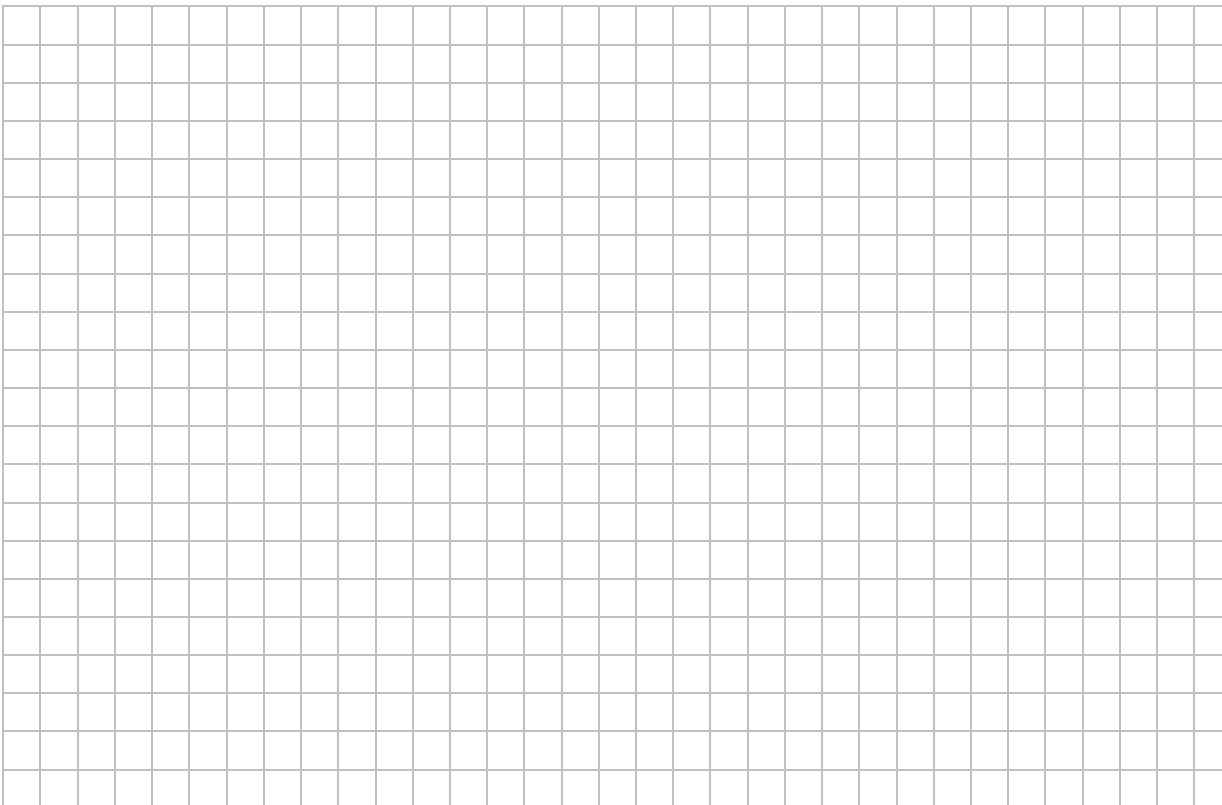
Miara kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równa

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

BRUDNOPIS

Zadanie 21. (2 pkt)Rozwiąż nierówność $12 - x^2 \leq x$.

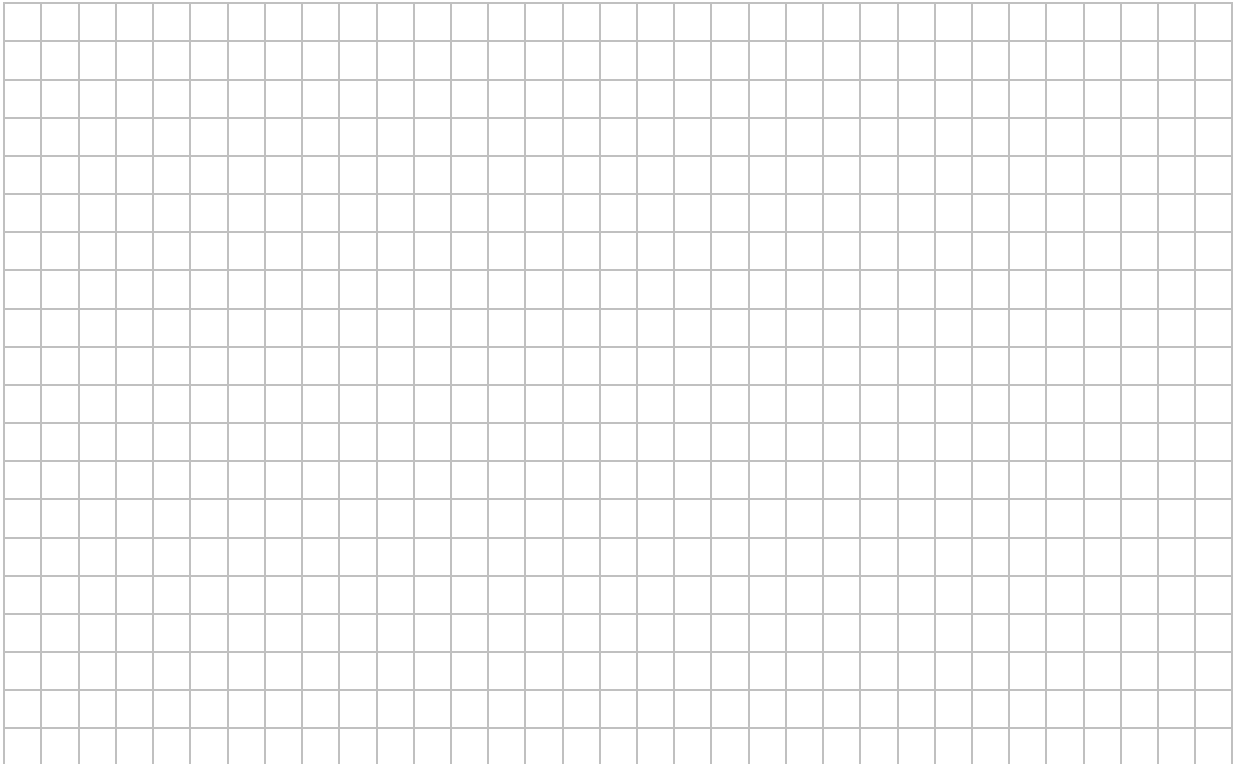
Odpowiedź:

Zadanie 22. (2 pkt)Rozwiąż równanie $\frac{2x^2 - x - 3}{x + 1} = 1$.

Odpowiedź:

Zadanie 23. (2 pkt)

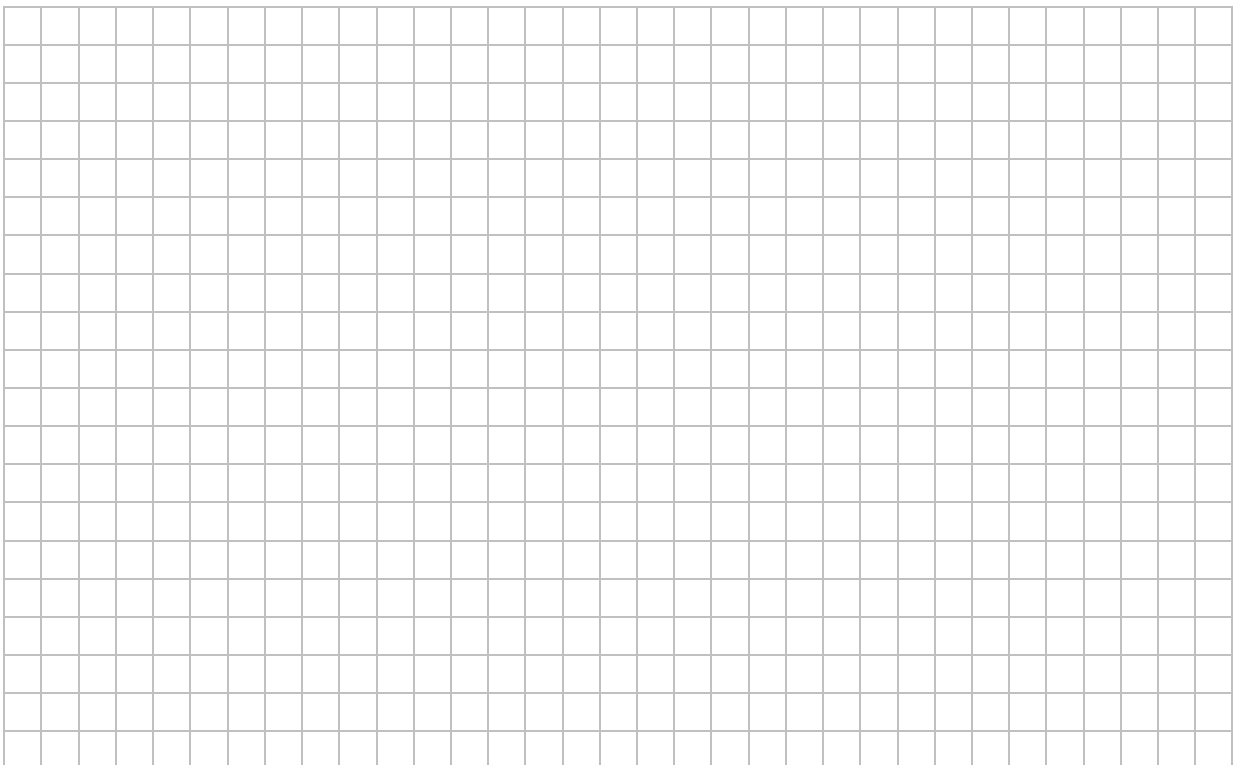
Oblicz sumę wszystkich liczb całkowitych dodatnich podzielnych przez 4 i mniejszych od 300.



Odpowiedź:

Zadanie 24. (2 pkt)

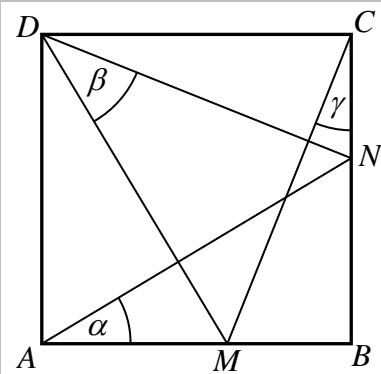
Dany jest trójkąt ABC , w którym bok AB jest dwa razy dłuższy od boku AC , sinus kąta BAC jest równy $\frac{2}{3}$, a pole trójkąta jest równe 54. Oblicz długości boków AB i AC tego trójkąta.



Odpowiedź:

Zadanie 25. (2 pkt)

Na boku AB kwadratu $ABCD$ leży punkt M , a na boku BC taki punkt N , że $|MB| + |BN| = |AB|$. Kąty BAN , MDN , MCB mają miary równe odpowiednio α , β , γ (zobacz rysunek). Udowodnij, że $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$.

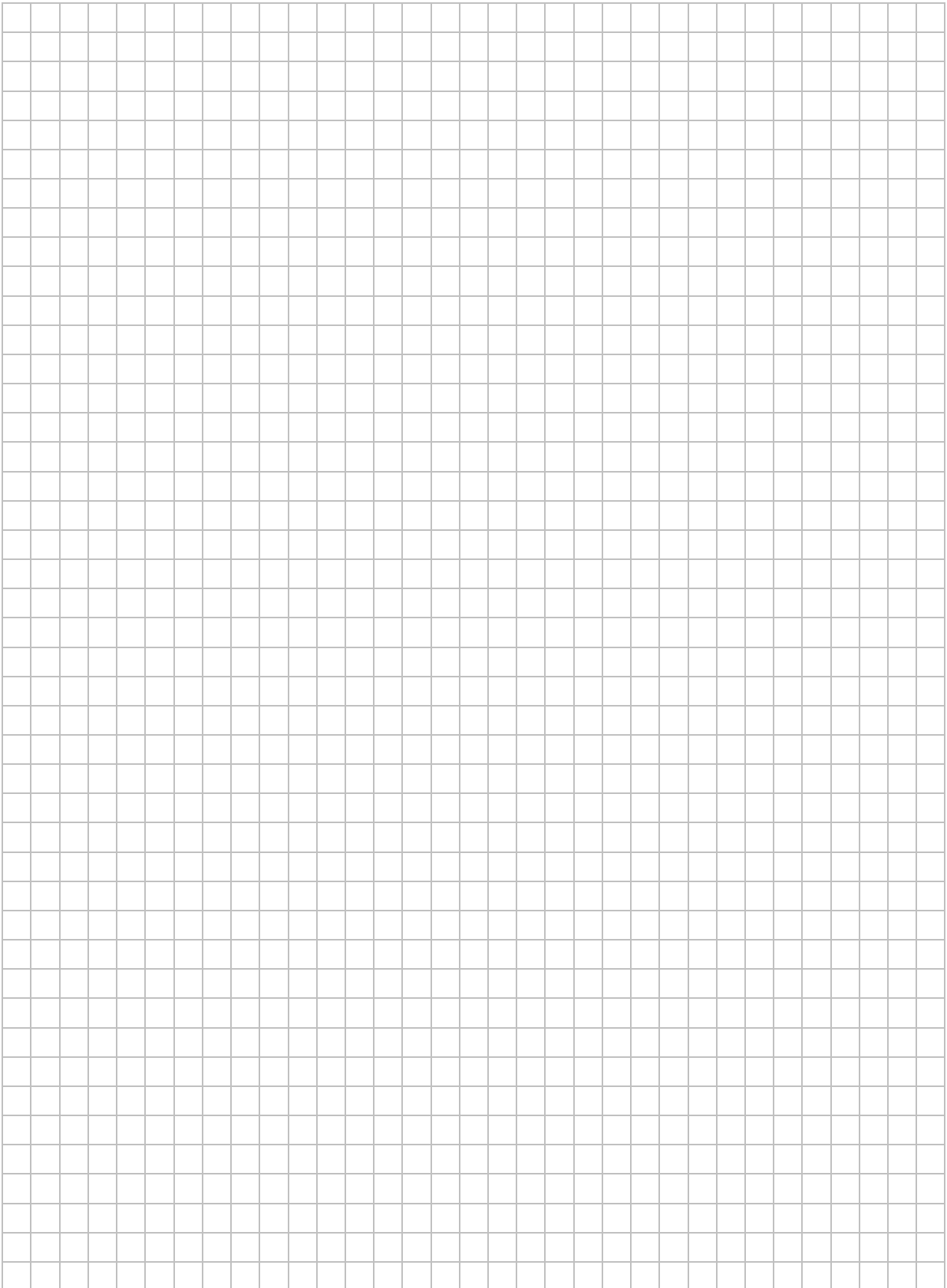
**Zadanie 26. (2 pkt)**

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b prawdziwa jest nierówność

$$a^2 + b^2 + 1 > a + b.$$

Zadanie 28. (4 pkt)

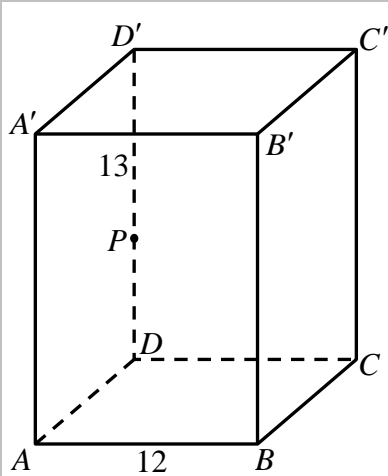
Punkt $A = (0, 5)$ jest wierzchołkiem prostokąta $ABCD$. Ośiami symetrii tego prostokąta są proste o równaniach $y = \frac{1}{2}x + \frac{15}{8}$ oraz $y = -2x + 15$. Wyznacz równanie prostej zawierającej przekątną BD tego prostokąta.



Odpowiedź:

Zadanie 29. (5 pkt)

Krawędź podstawy $ABCD$ graniastosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD A' B' C' D'$ jest równa 12. Na krawędzi bocznej DD' obrano punkt P taki, że $|PD'| = 13$ (zobacz rysunek). Graniastosłup ten przecięto płaszczyzną zawierającą przekątną AC podstawy i przechodzącą przez punkt P . Pole tego przekroju jest równe $54\sqrt{2}$. Oblicz kąt nachylenia przekątnej tego graniastosłupa do podstawy $ABCD$. Wynik podaj w stopniach z dokładnością do 1° .

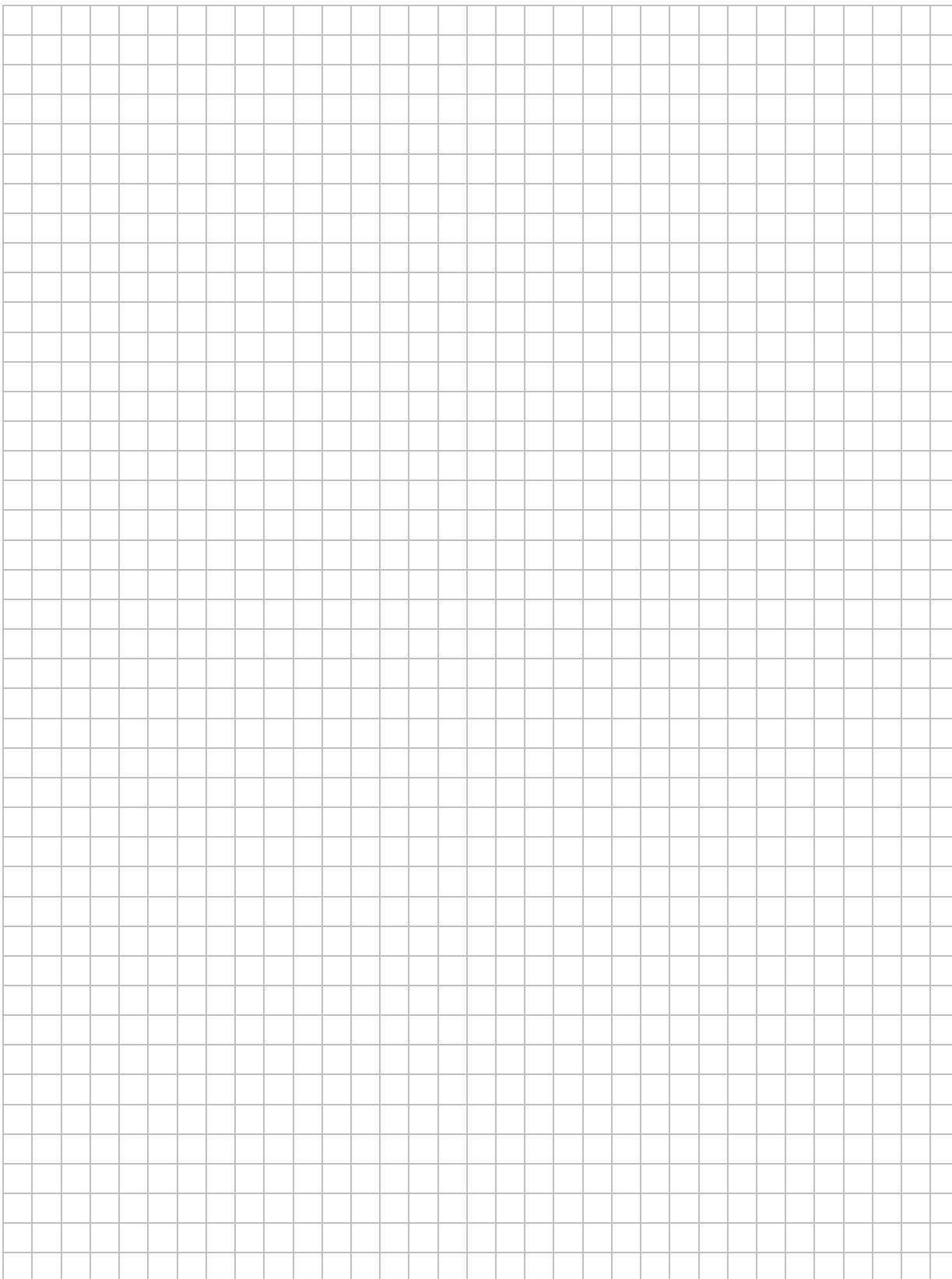


Grid area for the solution.

Odpowiedź:

Zadanie 30. (5 pkt)

Pierwsza pompa, pracując samodzielnie, napędza zbiornik w ciągu 12 godzin, a druga pompa napędza go samodzielnie w ciągu 10 godzin. O godzinie 9:00 uruchomiono pierwszą pompę, która zaczęła napędzać pusty zbiornik. Po pewnym czasie uruchomiono drugą pompę. Pompy, pracując razem, zakończyły napędzać zbiornik o godzinie 15:48. Oblicz, o której godzinie rozpoczęła pracę druga pompa.



Odpowiedź:

BRUDNOPIS



KARTA ODPOWIEDZI

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nr zadania	Odpowiedzi			
1	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
2	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
3	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
4	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
5	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
6	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
7	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
8	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
9	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
10	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
11	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
12	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
13	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
14	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
15	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
16	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
17	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
18	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
19	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D
20	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> D

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zadania	Punkty					
	0	1	2	3	4	5
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
24	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
25	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
26	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
29	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

SUMA
PUNKTÓW

--	--

D 0 1 2 3 4 5
 J 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9