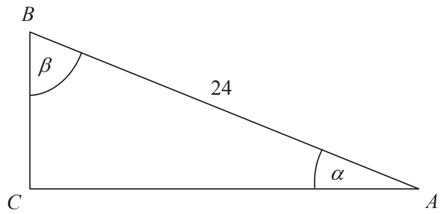
ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA – ZESTAW NR 2
POZIOM PODSTAWOWY

Nr zadania	Nr czynności	Etapy rozwiązania zadania	Liczba punktów	Uwagi
1	1.1	Podanie dziedziny funkcji *f*: $\langle -6, 8\rangle$.	1	
	1.2	Podanie wszystkich miejsc zerowych funkcji *f*: $x=-2,\ x=3,\ x=6$.	1	
	1.3	Podanie wartości funkcji *f* dla argumentu $x=5$: $f(5)=-1$.	1	
	1.4	Podanie zbioru wartości funkcji *f*: $\langle -2, 6\rangle$.	1	
	1.5	Podanie przedziału o długości 3, w którym funkcja *f* jest rosnąca: $\langle 5, 8\rangle$.	1	
	1.6	Zapisanie zbioru wszystkich argumentów, dla których funkcja *f* przyjmuje wartości ujemne: $x\in(-2,3)\cup(3,6)$.	1	
2	2.1	Zapisanie, że pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji *f* jest równa 2 i należy do przedziału $\langle 0,5\rangle$.	1	Przyznajemy punkt, gdy zdający zapisze $x_w=2$.
	2.2	Obliczenie najmniejszej wartości funkcji *f* w przedziale $\langle 0,5\rangle$: $f(2)=0$.	1	
	2.3	Obliczenie największej wartości funkcji *f* w przedziale $\langle 0,5\rangle$: $f(5)=9$.	1	
	2.4	Przekształcenie lewej strony nierówności do postaci iloczynowej $(2-x)\cdot(1-x)\ge 0$ i podanie miejsc zerowych: $x=1$ lub $x=2$, (albo wyznaczenie pierwiastków trójmianu $y=x^2-3x+2$).	1	
	2.5	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $(-\infty,1\rangle\cup\langle 2,\infty)$.	1	
3	3.1	Zapisanie układu równań wynikających z treści zadania: $\begin{cases} x+y=\sqrt{7} \\ x-y=\sqrt{3} \end{cases}$.	1	
	3.2	Rozwiązanie układu równań: $x=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$ i $y=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$.	2	
	3.3	Obliczenie iloczynu szukanych liczb: $x\cdot y=1$.	1	

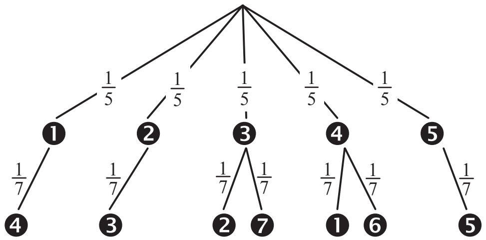
	3.1	**II sposób rozwiązania:** Zapisanie układu równań wynikających z treści zadania: $\begin{cases} x+y=\sqrt{7} \\ x-y=\sqrt{3} \end{cases}$.	1	
	3.2	Podniesienie stron każdego z równań do kwadratu i zapisanie układu: $\begin{cases} x^2+2xy+y^2=7 \\ x^2-2xy+y^2=3 \end{cases}$.	2	
	3.3	Obliczenie iloczynu szukanych liczb: $x\cdot y=1$.	1	
4	4.1	Zapisanie równania prostej *AB*: $2x-3y+2=0$.	1	
	4.2	Obliczenie odległości punktu *C* od prostej *AB*: $\frac{12}{13}\sqrt{13}$.	1	
	4.3	Zapisanie warunku, przy którym punkt *D* leży na prostej *AB*: $2(-1)-3m+2=0$ stąd $m=0$.	1	
	4.4	Stwierdzenie i zapisanie, że dla $m\neq 0$ punkty *A*, *B* i *D* są wierzchołkami trójkąta.	1	
5	5.1	Wykorzystanie definicji pierwiastka wielomianu i zapisanie warunku: $2\cdot 1^3-3\cdot 1^2-3\cdot 1+d=0$.	1	Wystarczy jeśli zdający zapisze $Q(1)=0$.
	5.2	Obliczenie wartości współczynnika *d*, gdy liczba 1 jest pierwiastkiem wielomianu: $d=4$.	1	
	5.3	Zapisanie wielomianu *Q* dla $d=2$ w postaci sumy iloczynów, z których będzie wynikał wspólny czynnik: $Q(x)=2(x^3+1)-3x(x+1)$.	1	
	5.4	Zastosowanie wzoru skróconego mnożenia na sumę sześcianów i zapisanie wielomianu *Q* w postaci: $Q(x)=2(x+1)(x^2-x+1)-3x(x+1)$.	1	
	5.5	Zapisanie wielomianu *Q* w postaci iloczynu dwóch wielomianów: $Q(x)=(x+1)(2x^2-5x+2)$.	1	
	5.6	Zapisanie wielomianu *Q* w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego: $Q(x)=(x+1)(2x-1)(x-2)$ lub $Q(x)=2(x+1)\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2)$.	1	

6	6.1	Wykorzystanie wzoru na różnice kwadratów i zapisanie lewej strony nierówności w postaci: $\frac{\left(2^{16}-32\right)\left(2^{16}+32\right)}{2^{16}+32}\cdot x$.	1	
	6.2	Włączenie przed nawias wspólnego czynnika 2^5 i zapisanie prawej strony nierówności w postaci: $2^5\left(2^5-2^{16}\right)=-2^5\left(2^{16}-2^5\right)$.	1	
	6.3	Rozwiązanie nierówności: $x>-32$.	1	
	6.4	Zapisanie najmniejszej liczby całkowitej spełniającej daną nierówność: (-31).	1	
7	7.1	**I sposób rozwiązania:** Obliczenie przybliżonej wartości kąta α : $\alpha\approx 41°$.	1	
	7.2	Obliczenie przybliżonej wartości kąta: $\beta\approx 53°$.	1	
	7.3	Oszacowanie sumy kątów α i β: $\alpha+\beta>90°$.	1	Wystarczy obliczenie przybliżonej wartości sumy tych kątów.
	7.4	Stwierdzenie sprzeczności oraz zapisanie wniosku: trójkąt nie jest prostokątny.	1	
	7.1	**II sposób rozwiązania:** Obliczenie $\sin\beta$ (na podstawie równości $\sin\beta=\cos\alpha$): $\sin\beta=\frac{3}{4}$.	1	
	7.2	Obliczenie $\cos\beta$: $\cos\beta=\frac{\sqrt{7}}{4}$.	1	
	7.3	Obliczenie $\mathrm{tg}\beta$: $\mathrm{tg}\beta=\frac{3\sqrt{7}}{7}$.	1	
	7.4	Porównanie uzyskanego wyniku z wartością funkcji $\mathrm{tg}\beta$ daną w zadaniu i stwierdzenie sprzeczności oraz zapisanie wniosku: trójkąt nie jest prostokątny.	1	

	7.1	**III sposób rozwiązania:**  Wykorzystanie definicji funkcji cosinus i obliczenie długości przyprostokątnej AC: $\frac{\lvert AC\rvert}{\lvert AB\rvert}=\cos\alpha$ stąd $\lvert AC\rvert=18$.	1	
	7.2	Wykorzystanie definicji funkcji tangens i obliczenie długości przyprostokątnej BC: $\frac{\lvert AC\rvert}{\lvert BC\rvert}=\mathrm{tg}\beta$ stąd $\lvert BC\rvert=\frac{27}{2}$.	1	.
	7.3	Obliczenie sumy kwadratów przyprostokątnych i kwadratu przeciwprostokątnej: $\lvert AC\rvert^2+\lvert BC\rvert^2=(18)^2+\left(\frac{27}{2}\right)^2=506\frac{1}{4}$, $\lvert AB\rvert^2=576$.	1	
	7.4	Uzyskanie sprzeczności $\lvert AC\rvert^2+\lvert BC\rvert^2\neq\lvert AB\rvert^2$ i zapisanie wniosku: trójkąt nie jest prostokątny.	1	
	7.1	**IV sposób rozwiązania:** Wykorzystanie definicji funkcji cosinus i obliczenie długości przyprostokątnej AC: $\frac{\lvert AC\rvert}{\lvert AB\rvert}=\cos\alpha$ stąd $\lvert AC\rvert=18$.	1	
	7.2	Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa i obliczenie długości przyprostokątnej BC: $\lvert BC\rvert=6\sqrt{7}$.	1	
	7.3	Wykorzystanie funkcji tangens i obliczenie tangensa kąta β: $\mathrm{tg}\beta=\frac{3}{\sqrt{7}}$.	1	
	7.4	Uzyskanie sprzeczności: $\mathrm{tg}\beta=\frac{3}{\sqrt{7}}$ i z warunków zadania $\mathrm{tg}\beta=\frac{4}{3}$.	1	

8	8.1	Zapisanie równania: $\frac{1}{4}(3n+1)=37\frac{3}{4}$.	1	
	8.2	Rozwiązanie równania: $n=50$.	1	
	8.3	Zauważenie, że wartości wyrazów a_1, a_5, a_9, a_{13}, a_{17}, $a_{21}, a_{25}, \dots$ są liczbami całkowitymi tworzącymi ciąg arytmetyczny lub obliczenie pierwszego wyrazu ciągu $a_1=1$ i zapisanie, że kolejny składnik szukanej sumy jest większy od poprzedniego o 3.	1	Wystarczy, że zdający zapisze sumę $1+4+7+10+\dots$ bez jej ostatniego składnika. Obliczenie różnicy ciągu nie jest konieczne.
	8.4	Obliczenie ostatniego składnika szukanej sumy: $a_{49}=37$.	1	
	8.5	Obliczenie liczby wyrazów ciągu, które są liczbami całkowitymi: 13.	1	
	8.6	Obliczenie sumy : $S_{13}=\frac{a_1+a_{49}}{2}\cdot 13=\frac{1+37}{2}\cdot 13=247$.	1	Jeżeli zdający od razu zapisze $\frac{1+37}{2}\cdot 13$, to otrzymuje punkty w czynnościach 8.3, 8.4 i 8.5.
9	9.1	Wprowadzenie oznaczeń, np.: r – promień podstawy stożka, h – wysokość stożka, l – tworzącą stożka i zapisanie, że $l=3$ oraz przedstawienie metody obliczenia długości promienia podstawy stożka, np. • porównanie długości łuku, równego trzeciej części łuku okręgu o promieniu l i obwodu koła w podstawie stożka o promieniu r : $\frac{1}{3}\cdot 2\pi l=2\pi r$ lub • porównanie pola trzeciej części pola koła o promieniu l i pola powierzchni bocznej stożka $\frac{1}{3}\pi l^2=\pi rl$.	1	
	9.2	Wyznaczenie promienia podstawy stożka: $r=1$.	1	
	9.3	Obliczenie wysokości stożka: $h=2\sqrt{2}$.	1	

	9.4	Obliczenie objętości stożka: $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 1^2\cdot 2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.	1	
10	10.1	Wprowadzenie oznaczeń, np.: *a, b* – długości boków równoległoboku i wykorzystanie zależności $\frac{h_1}{h_2}=\frac{3}{5}$ do zapisania proporcji zachodzącej między bokami a oraz b równoległoboku: $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$.	1	
	10.2	Wyznaczenie długości jednego z boków równoległoboku, np.: $b=\frac{5}{3}a$.	1	
	10.3	Zapisanie obwodu równoległoboku w zależności od długości jednego z boków, np.: $2a+2\cdot\frac{5}{3}a=144$.	1	
	10.4	Wyznaczenie długości boków równoległoboku: $a=27$, $b=\frac{5}{3}\cdot 27=45$.	1	
	10.1	**II sposób rozwiązania:** Wprowadzenie oznaczeń, np.: *a, b* - długości boków równoległoboku i zapisanie pola równoległoboku na dwa sposoby: $a\cdot h_1=b\cdot h_2$.	1	Nie oceniamy, czy zdający analizuje zależność między długościami boków równoległoboku.
	10.2	Obliczenie stosunku długości boków równoległoboku: $\frac{b}{a}=\frac{3}{5}$.	1	
	10.3	Zapisanie układu równań z niewiadomymi a i b, np.: $\begin{cases} a+b=72 \\ \frac{b}{a}=\frac{3}{5} \end{cases}$.	1	
	10.4	Rozwiązanie układu równań i zapisanie długości boków równoległoboku: $a=45$, $b=27$.	1	

11	11.1	Zapisanie, że w danym doświadczeniu jest 35 zdarzeń elementarnych.	1	
	11.2	Zapisanie, że 7 zdarzeń elementarnych sprzyja zdarzeniu A – suma wylosowanych liczb jest podzielna przez 5.	1	
	11.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A)=\frac{7}{35}=\frac{1}{5}$.	1	
	11.1	**II sposób rozwiązania: (metoda drzewa)** Narysowanie drzewa: np. 	1	Zdający, analizując drugi etap losowania, może uwzględnić tylko istotnie potrzebne gałęzie.
	11.2	Zapisanie prawdopodobieństwa szukanego zdarzenia, jako sumy odpowiednich iloczynów: $P(A)=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}$.	1	
	11.3	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A)=\frac{1}{5}$.	1	