

**MATURA PRÓBNA Z MATEMATYKI**  
**POZIOM ROZSZERZONY**

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadane 1. (1p)

Równanie  $|x^2 - 3| = k$  ma trzy rozwiązania dla

- A.  $k = -3$       B.  $k = 0$       C.  $k = 3$       D.  $k = 4$

Zadane 2. (1p)

Suma  $1 + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5\sqrt{5}} + \dots$  jest równa:

- A.  $\frac{5+\sqrt{5}}{4}$       B.  $5 + \sqrt{5}$       C.  $5 - \sqrt{5}$       D.  $1 + \sqrt{5}$

Zadane 3. (1p)

Granica funkcji  $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x - 6}$  w punkcie  $x_0 = 2$  wynosi:

- A. 0      B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{5}{2}$       D. 1

Zadane 4. (1p)

Wszystkich liczb trzycyfrowych, które przy dzieleniu przez 23 dają resztę 10 jest:

- A. 43      B. 40      C. 42      D. 41

Zadane 5. (1p)

W okrąg o promieniu  $R$  wpisano trójkąt ostrokątny równoramienny, którego podstawa ma długość  $R\sqrt{2}$ . Miara kąta przy podstawie trójkąta jest równa:

- A.  $75^\circ$       B.  $67,5^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $60^\circ$

ZADANIA Z KODOWANĄ ODPOWIEDZIĄ

Zadane 6. (2p)

Na parterze ośmiopiętrowego budynku wsiadło do windy cztery osoby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia: wszyscy wysiądą na różnych piętrach. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

Zadane 7. (2p)

Wiedząc, że  $\log_a x = 4$  i  $\log_b x = 3$ , oblicz  $\log_{ab} x$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadane 8. (2p)

Dany jest punkt  $P(-3,4)$  oraz wektor  $\overrightarrow{PQ} = [6, -12]$ . Napisz równanie prostej PQ w postaci ogólnej ( $Ax + By + C = 0$ ) i zakoduj jej współczynniki A, B, C.

Zadane 9. (2p)

Wyznacz największą liczbę spełniającą nierówność  $(x^2 - 2)(2\sqrt{5} - x) \geq 0$ . Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego tej liczby.

## ZADANIA OTWARTE

Zadane 10. (3p)

Wyznacz takie  $p$ , aby funkcja  $f(x) = 2x^3 + px^2 + 36x + 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , dla  $x = 2$  osiągała ekstremum. Zbadaj, czy jest to minimum, czy maksimum.

Zadane 11. (3p)

Niech  $P(A|B) = \frac{2}{3}$ . Oblicz  $\frac{P\{B-A\}}{P(B)}$ .

Zadane 12. (3p)

W  $\Delta ABC$  zachodzi warunek  $\frac{|BC|}{\cos A} = \frac{|AC|}{\cos B}$ . Wykaż, że ten trójkąt jest równoramienny.

Zadane 13. (3p)

Rozwiąż układ nierówności: 
$$\begin{cases} |x| > 2 \\ \frac{7}{x+3} \leq 1 \end{cases}$$

Zadane 14. (3p)

Oblicz granicę ciągu  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^{2n} - 1}{4 \cdot 9^n + 7}$ .

Zadane 15. (3p)

Sieczna  $x + 7y + 5 = 0$  przecina okrąg o równaniu  $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 15 = 0$  w punktach K i L. Oblicz pole trójkąta KLS, gdzie S jest środkiem tego okręgu.

Zadane 16. (6p)

Oblicz sumę wszystkich rozwiązań równania  $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$  należących do przedziału  $\langle -\frac{\pi}{2}, \pi \rangle$ .

Zadane 17. (6p)

Wykaż, że stosunek objętości stożka do objętości wpisanej weń kuli jest równy stosunkowi pola powierzchni całkowitej stożka do pola powierzchni kuli.

Zadane 18. (7p)

Pole trapezu równoramiennego jest równe  $P$ . Jaką najmniejszą długość może mieć przekątna tego trapezu.