

Miejsce na identyfikację szkoły

# ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

LISTOPAD  
2015

## Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 16 stron (zadania 1.–33.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–33.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

*Życzymy powodzenia!*

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**PESEL ZDAJĄCEGO**

--	--	--

**KOD  
ZDAJĄCEGO**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Liczba  $a = 8^{23} \cdot 4^{17}$  jest równa liczbie:

- A.  $2^{103}$                       B.  $4^{63}$                       C.  $2^{59}$                       D.  $32^{40}$

### Zadanie 2. (0–1)

Liczbą wymierną jest liczba:

- A.  $36^{\frac{2}{3}}$                       B.  $36^{\frac{3}{2}}$                       C.  $36^{\frac{1}{4}}$                       D.  $36^{\frac{3}{4}}$

### Zadanie 3. (0–1)

Wyrażenie  $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$  jest równe:

- A. 44                      B. 10                      C.  $10 - 2\sqrt{21}$                       D.  $10 - 2\sqrt{10}$

### Zadanie 4. (0–1)

Funkcja  $f(x) = (x + 6)^2$  ma:

- A. jedno miejsce zerowe: 6                      B. jedno miejsce zerowe: –6  
C. dwa miejsca zerowe: 6, –6                      D. zero miejsc zerowych

### Zadanie 5. (0–1)

Tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym jest równy  $\frac{3}{4}$ , a przeciwprostokątna ma długość

30. Krótsza przyprostokątna trójkąta ma długość:

- A. 15                      B. 18                      C. 24                      D. 26

### Zadanie 6. (0–1)

Jeśli cena towaru najpierw zmniejszyła się o 10%, a następnie zwiększyła się o 20%, to po tych dwóch operacjach wyjściowa cena towaru:

- A. zwiększyła się o 10%                      B. zmniejszyła się o 10%  
C. zwiększyła się o 8%                      D. zmniejszyła się o 8%

### Zadanie 7. (0–1)

Maksymalny przedział otwarty, w którym funkcja  $f(x) = -4x^2 + 16x - 23$  jest rosnąca, to:

- A.  $(-\infty, 2)$                       B.  $(-\infty, -2)$                       C.  $(-\infty, -7)$                       D.  $(7, +\infty)$

### Zadanie 8. (0–1)

Zbiór rozwiązań nierówności  $x - \sqrt{3}x > 2$  to:

- A.  $(-\infty, -1 - \sqrt{3})$                       B.  $(-\infty, -1 + \sqrt{3})$                       C.  $(-1 - \sqrt{3}, +\infty)$                       D.  $(-1 + \sqrt{3}, +\infty)$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 9. (0–1)**

W okrąg o środku  $O$  wpisano trójkąt ostrokątny  $ABC$ . Jeśli  $|\angle ABO| = 48^\circ$ , to:

- A.  $|\angle ACB| = 42^\circ$       B.  $|\angle ACB| = 48^\circ$       C.  $|\angle ACB| = 52^\circ$       D.  $|\angle ACB| = 58^\circ$

**Zadanie 10. (0–1)**

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym  $a_n = -3n + 118$ . Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

- A. 37      B. 38      C. 39      D. 0

**Zadanie 11. (0–1)**

Liczba miejsc zerowych funkcji  $f(x) = (x - 4)^2 + 9$  to:

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

**Zadanie 12. (0–1)**

Zbiorem wartości funkcji  $f(x) = 2^x + 3$  jest zbiór:

- A. wszystkich liczb rzeczywistych      B.  $(0, +\infty)$       C.  $(-3, +\infty)$       D.  $(3, +\infty)$

**Zadanie 13. (0–1)**

W ciągu arytmetycznym pierwszy i drugi wyraz są odpowiednio równe: 1,  $-2$ . Dziewiąty wyraz tego ciągu jest równy:

- A.  $-23$       B. 23      C.  $-25$       D. 25

**Zadanie 14. (0–1)**

Prosta o równaniu  $y = 4x + 1$  przecina oś układu współrzędnych w punktach:

- A.  $(1, 0)$  i  $(0, \frac{1}{4})$       B.  $(1, 0)$  i  $(0, -\frac{1}{4})$       C.  $(0, 1)$  i  $(-\frac{1}{4}, 0)$       D.  $(0, 1)$  i  $(\frac{1}{4}, 0)$

**Zadanie 15. (0–1)**

Dana jest funkcja  $f(x) = x^2 + 4x + 10$ . Prosta  $y = m$  nie ma z wykresem funkcji  $f$  punktów wspólnych. Maksymalny zbiór, do którego należy liczba  $m$ , to:

- A.  $(-\infty, -6)$       B.  $(-\infty, 6)$       C.  $(-2, +\infty)$       D.  $(2, +\infty)$

**Zadanie 16. (0–1)**

Wiadomo, że  $\operatorname{tg} \alpha = 5$  i  $\alpha$  jest kątem ostrym. Wówczas wyrażenie  $W = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$  ma wartość:

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{3}{2}$       D.  $\frac{3}{1}$

**Zadanie 17. (0–1)**

Jeżeli stosunek przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym jest równy  $\sqrt{3}$ , to jeden z kątów ostrych ma miarę:

- A.  $15^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $75^\circ$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 18. (0–1)**

Kąt wpisany oparty na  $\frac{1}{9}$  okręgu ma miarę:

- A.  $80^\circ$                       B.  $40^\circ$                       C.  $20^\circ$                       D.  $10^\circ$

**Zadanie 19. (0–1)**

Jeśli  $S = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$  jest środkiem odcinka  $AB$  i  $A = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ , to:

- A.  $B = \left(-\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$               B.  $B = \left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$               C.  $B = \left(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}\right)$               D.  $B = \left(\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}\right)$

**Zadanie 20. (0–1)**

Odchylenie standardowe danych: 1, 4, 1, 5, 9, 2, 1, 1 jest równe (z dokładnością do części setnych):

- A. 7,25                      B. 2,69                      C. 5,75                      D. 2,40

**Zadanie 21. (0–1)**

Przekątna przekroju osiowego walca jest nachylona do jego płaszczyzny podstawy pod kątem  $45^\circ$ . Wysokość walca ma długość 8. Objętość walca jest równa:

- A.  $216\pi$                       B.  $128\pi$                       C.  $64\pi$                       D.  $32\pi$

**Zadanie 22. (0–1)**

Pole trójkąta jest równe 15. Dwa boki mają długości 10 i 6. Kąt między tymi bokami może mieć miarę:

- A.  $75^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $30^\circ$

**Zadanie 23. (0–1)**

Prosta  $l$  ma równanie  $3x - 2y = 7$ . Prosta  $k$  prostopadła do prostej  $l$  może mieć równanie:

- A.  $y = \frac{2}{3}x + 1$               B.  $y = -\frac{2}{3}x + 1$               C.  $y = \frac{3}{2}x + 1$               D.  $y = -\frac{3}{2}x + 1$

**Zadanie 24. (0–1)**

Liczba czterocyfrowych o różnych cyfrach i o parzystej cyfrze tysięcy, setek i dziesiątek jest:

- A.  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 7$               B.  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8$               C.  $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 8$               D.  $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 9$

**Zadanie 25. (0–1)**

Sześcian przecięto płaszczyzną przechodzącą przez dwie równoległe przekątne dolnej i górnej podstawy. Pole otrzymanego przekroju jest równe 16. Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe:

- A.  $8\sqrt{2}$                       B.  $32\sqrt{2}$                       C.  $48\sqrt{2}$                       D.  $56\sqrt{2}$

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



## ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–33. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

### Zadanie 26. (0–2)

Sprawdź, czy liczba  $\frac{33}{27}$  jest wyrazem ciągu o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{3n-1}{2n+5}$ .





**Zadanie 27. (0–2)**

Rozwiąż nierówność  $-x^2 + 8x - 20 < 0$ .



**Zadanie 28. (0–2)**

Punkty  $A = (-2, 4)$ ,  $B = (6, 2)$  są wierzchołkami trójkąta równobocznego. Wyznacz długość wysokości tego trójkąta.



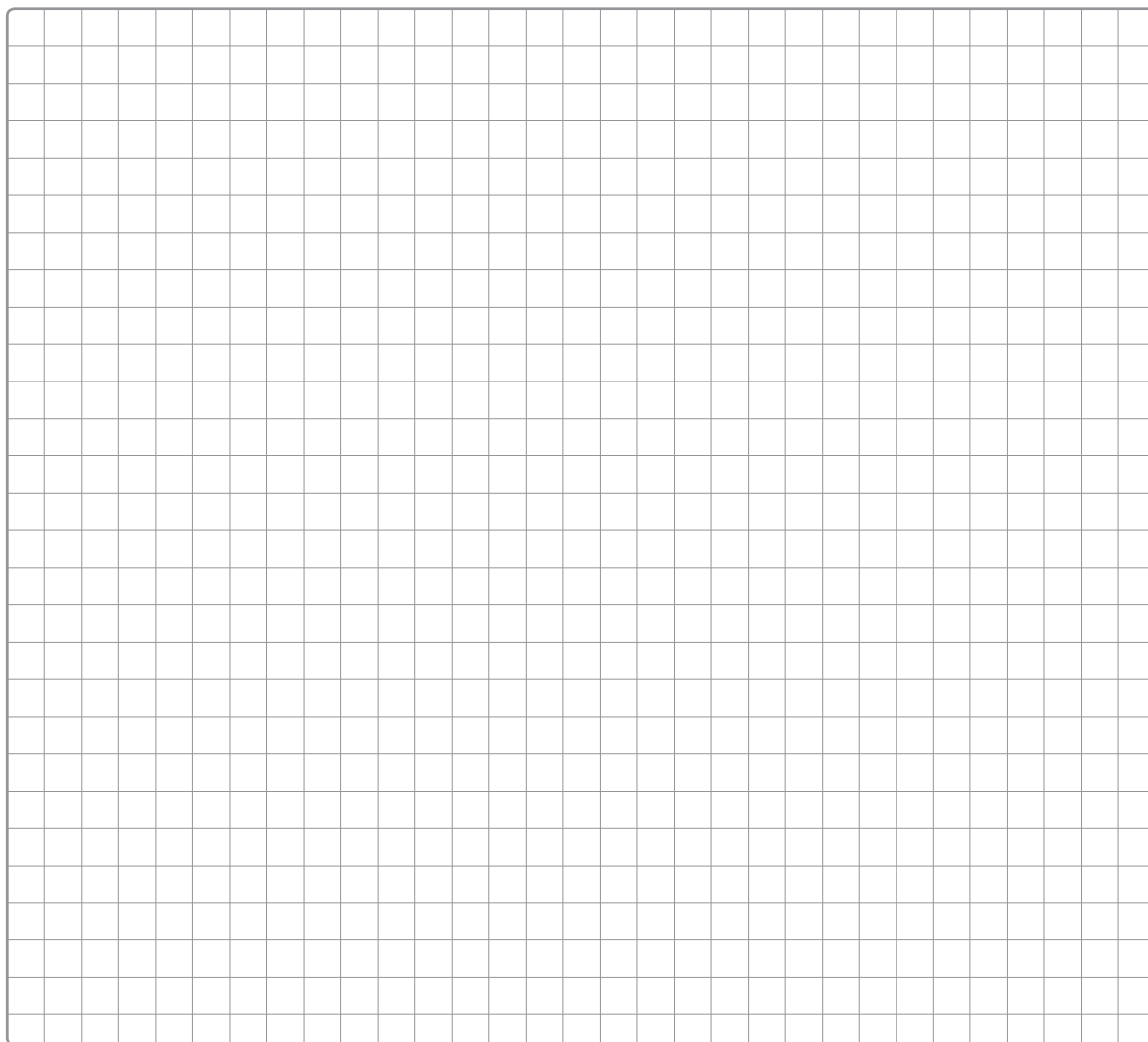
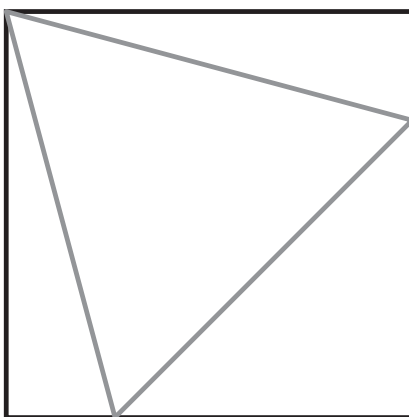
**Zadanie 29. (0–2)**

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność  $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 13 \geq 0$ .



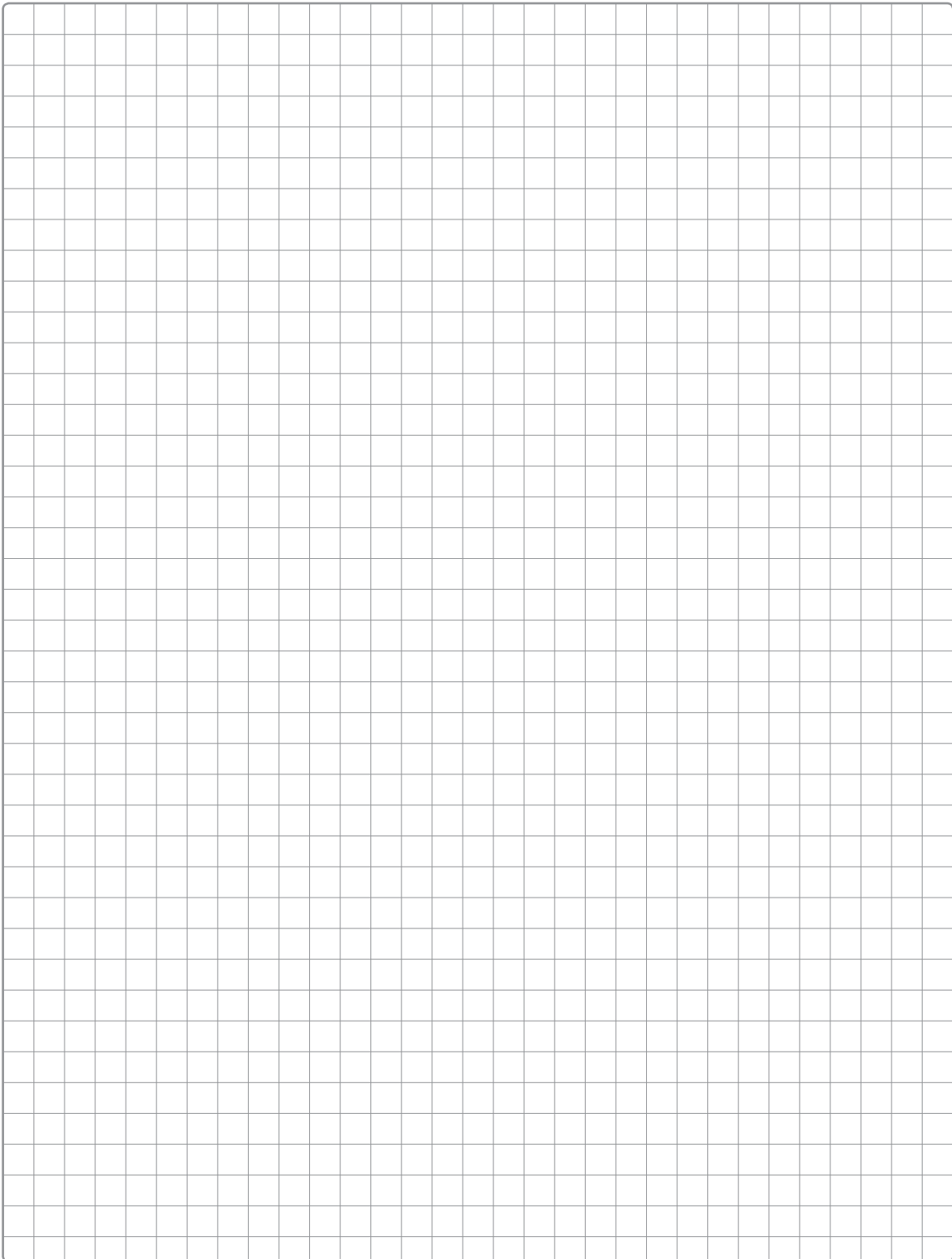
**Zadanie 30. (0–2)**

Dany jest kwadrat o boku  $a = 6$ . W ten kwadrat wpisano trójkąt równoboczny w ten sposób, że jeden wierzchołek trójkąta jest wierzchołkiem kwadratu, a przeciwległy bok trójkąta jest równoległy do przekątnej kwadratu (patrz rysunek). Wykaż, że bok trójkąta jest równy  $6(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ .



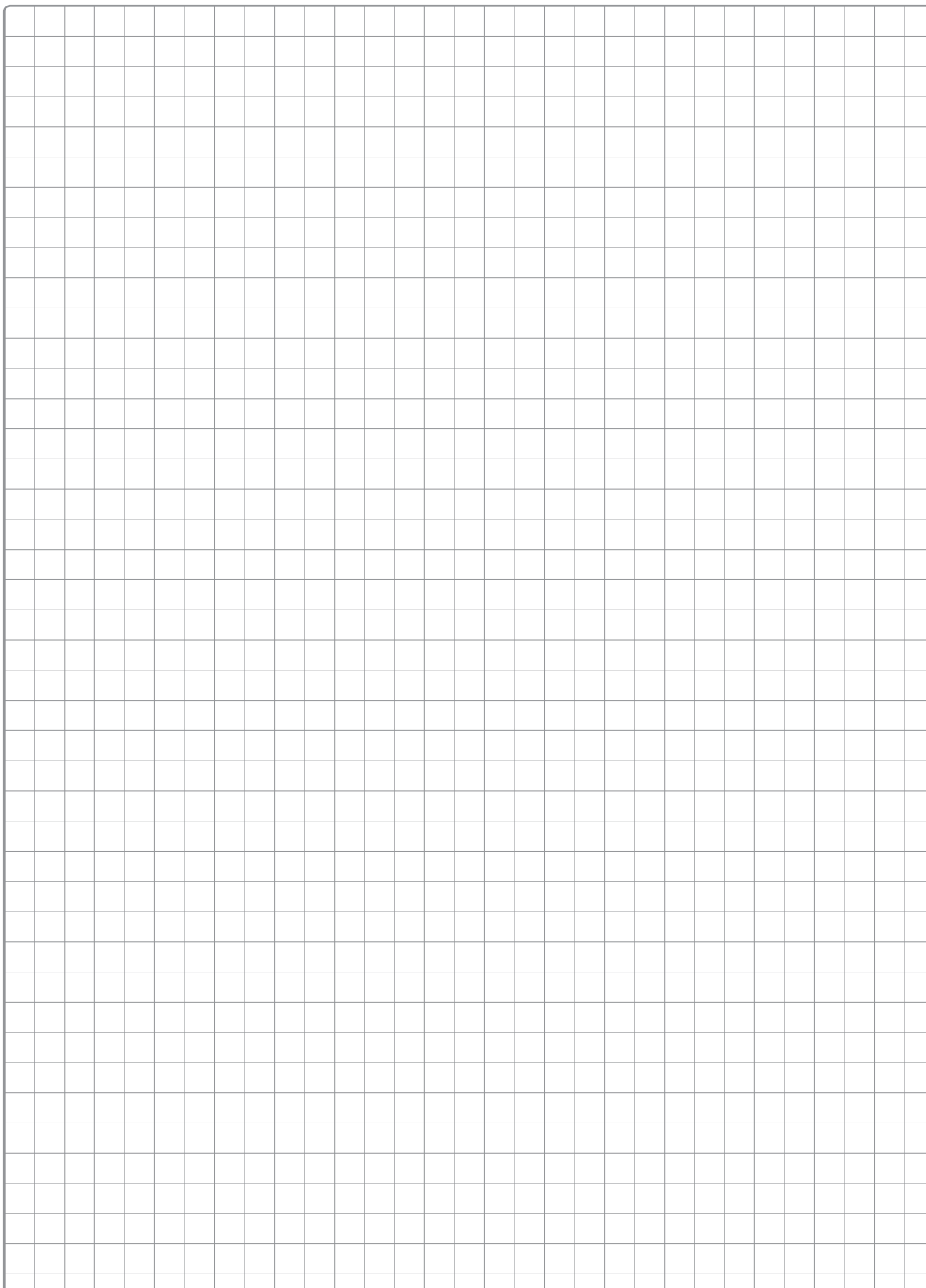
**Zadanie 31. (0–4)**

Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Wartość największa funkcji jest równa 10. Funkcja jest rosnąca jedynie w przedziale  $(-\infty, 2)$ , a do jej wykresu należy punkt  $A = (4, -2)$ . Wyznacz wartości współczynników  $a, b, c$ .



**Zadanie 32. (0–5)**

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 4, a suma kwadratów wyrazu drugiego, czwartego i siódmego jest równa 702. Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.



**Zadanie 33. (0–6)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Promień okręgu wpisanego w podstawę jest równy 6. Ściana boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt  $60^\circ$ . Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej bryły.



**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)

