

## POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

### Instrukcja dla piszącego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 ponumerowanych stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

*Życzymy powodzenia!*

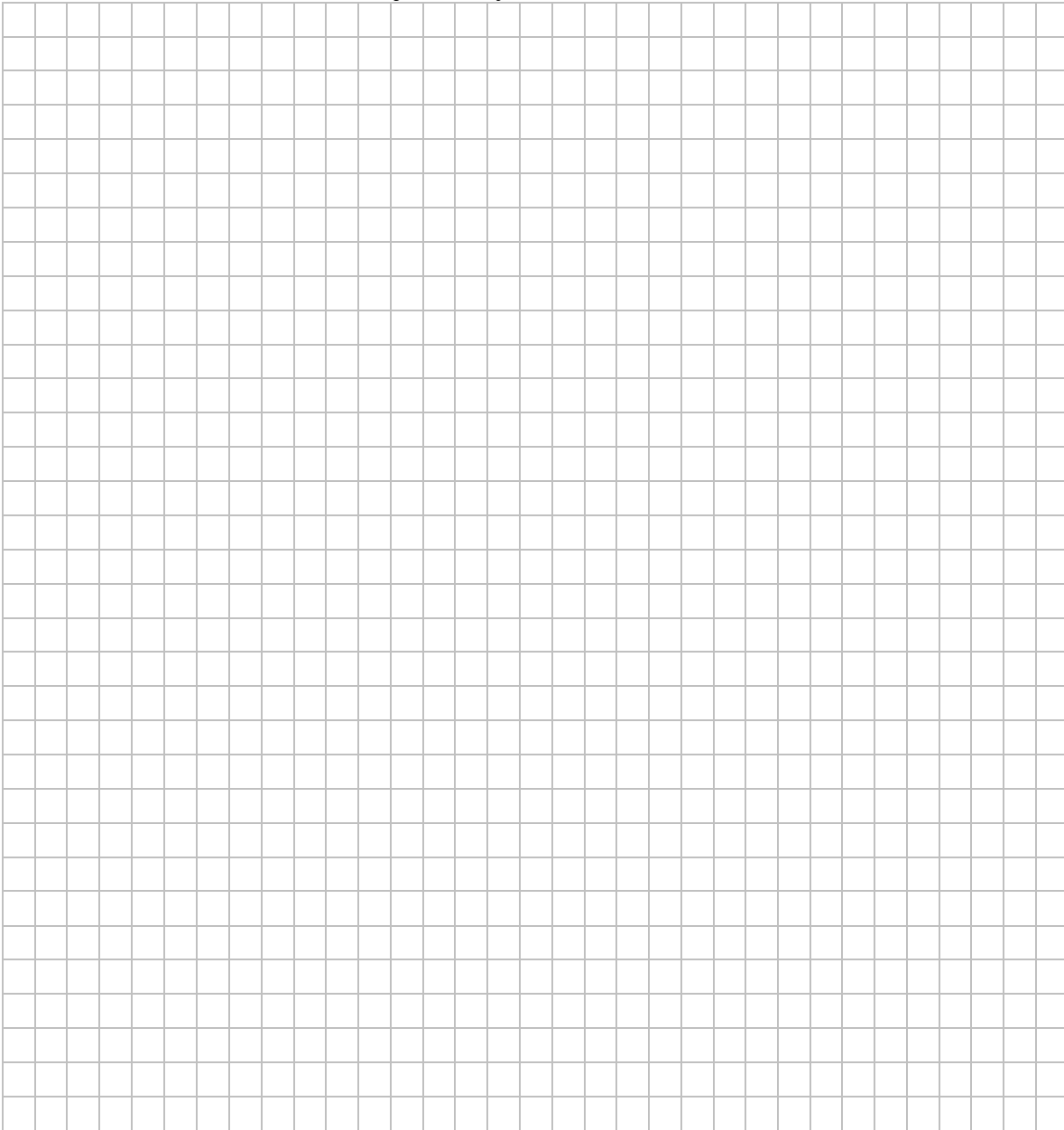
maj 2011

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

--	--	--

**zadanie 1. (4 pkt)**

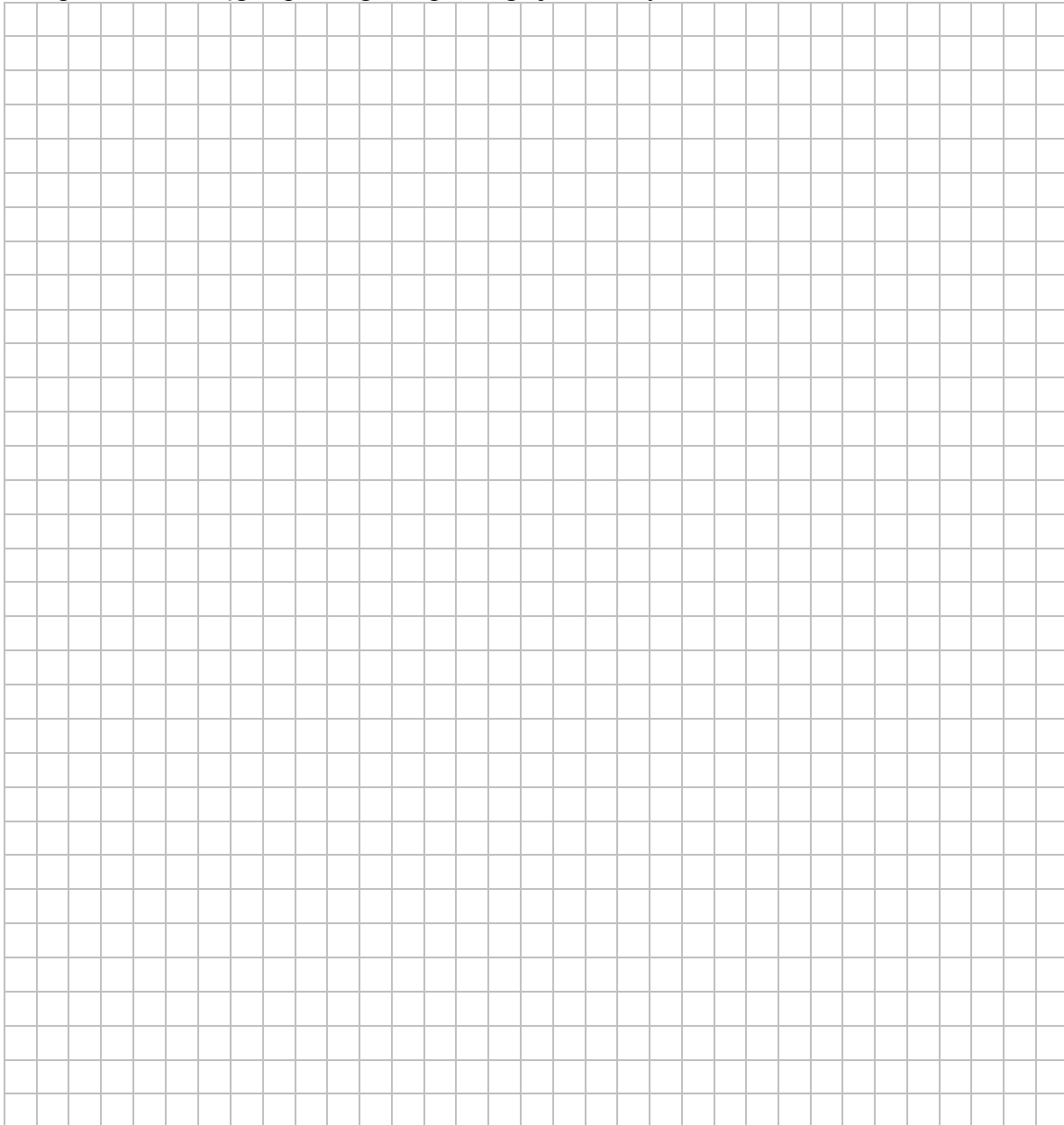
Niech  $x \in \mathbb{C}$ . Wykaż, że wyrażenie  $\frac{x^2 + 3x + 5}{x + 1}$  przyjmuje wartość całkowitą tylko dla czterech wartości  $x$ . Podaj te liczby.



Odpowiedź: .....

**zadanie 2. (5 pkt)**

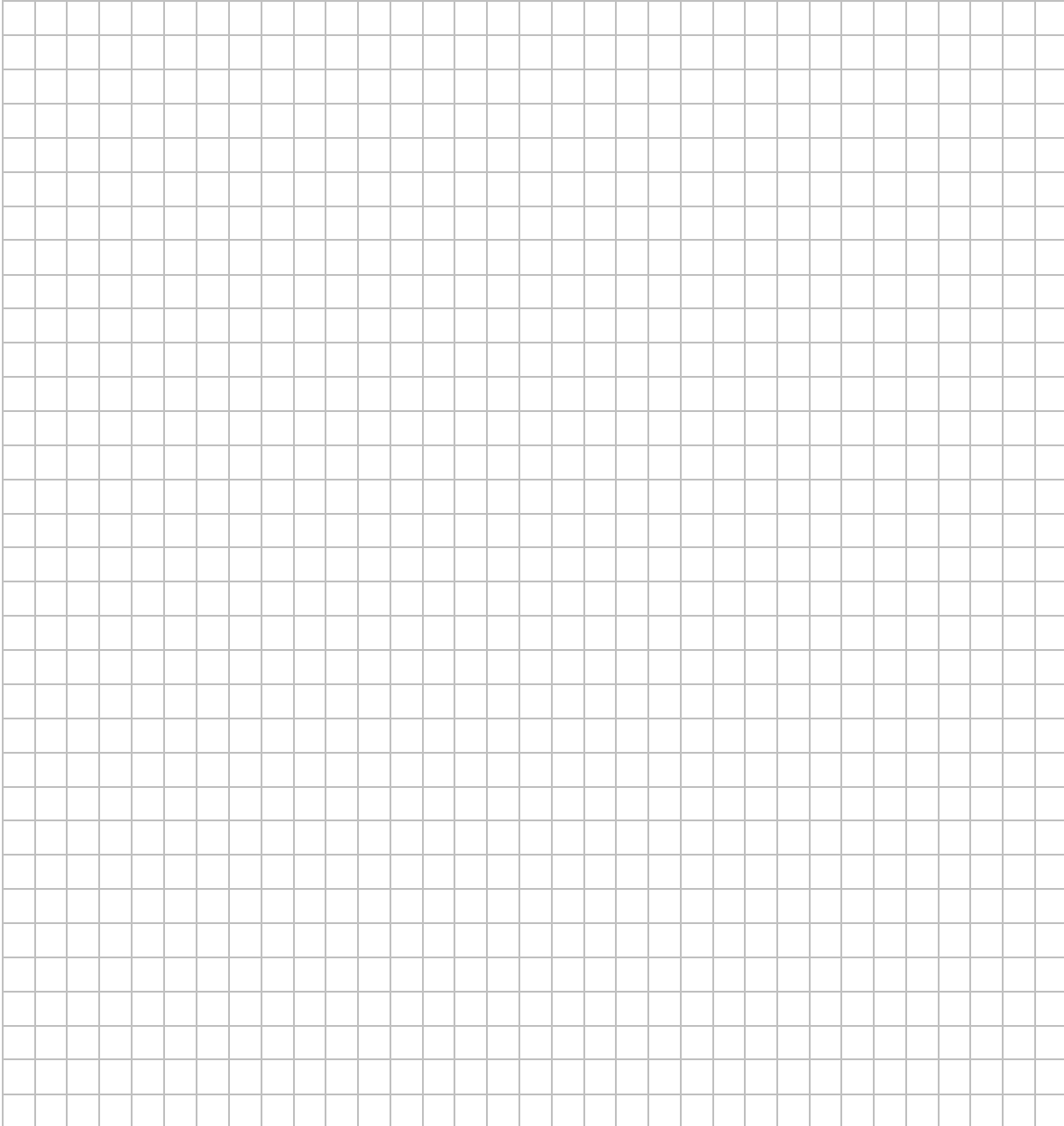
Wyznaczyć sinusy kątów ostrych trójkąta prostokątnego wiedząc, że stosunek promienia okręgu opisanego i wpisanego jest równy  $5/2$ .



Odpowiedź:.....

**zadanie 3. (6 pkt)**

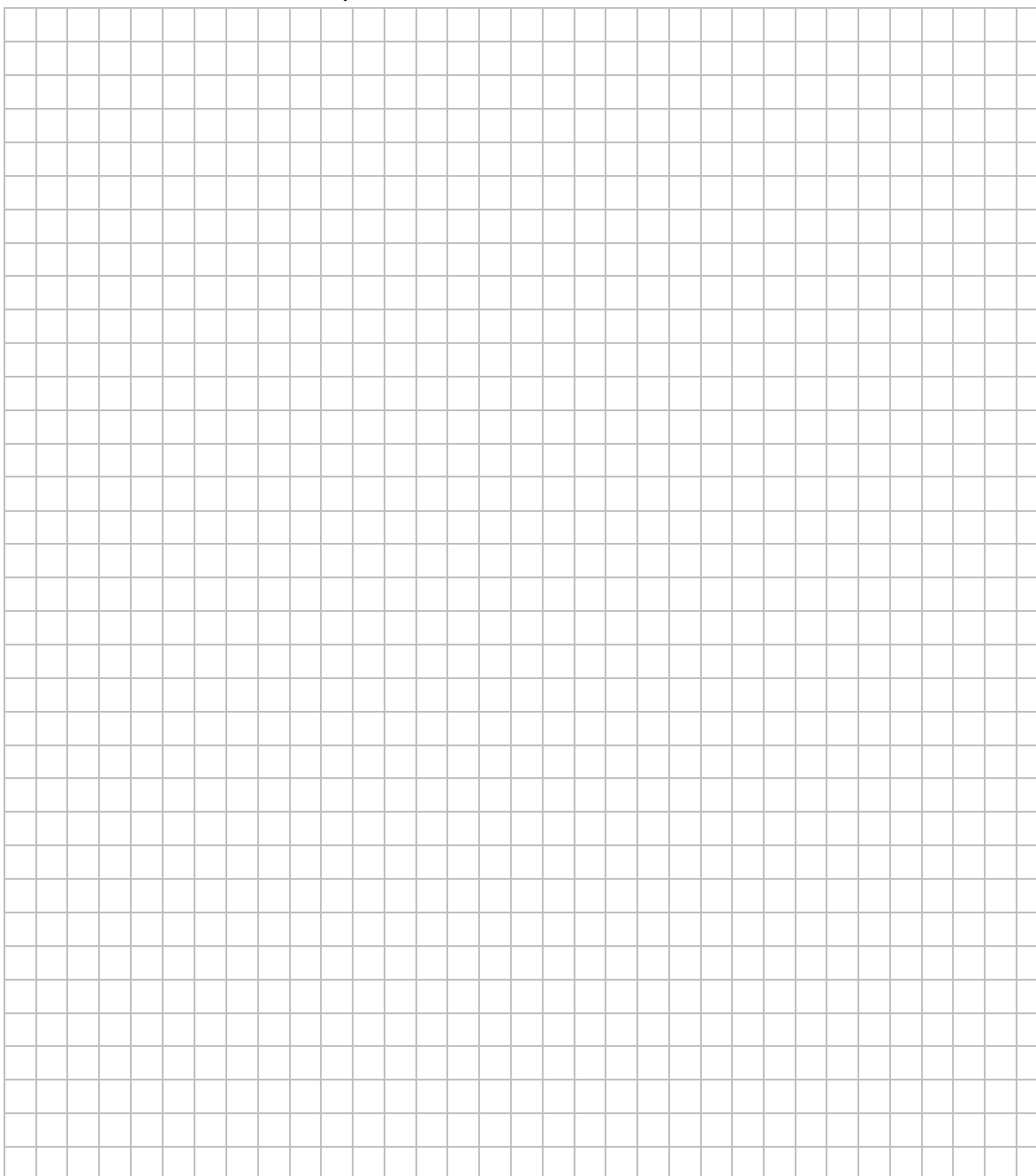
Dla jakiej wartości parametru  $m$  pierwiastki równania  $x^2 - (m+1)x + \frac{6}{5}m = 0$  są równe sinusowi i cosinusowi tego samego kąta ostrego?



Odpowiedź:.....

**zadanie 4. (4 pkt)**Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  prawdziwa jest nierówność:

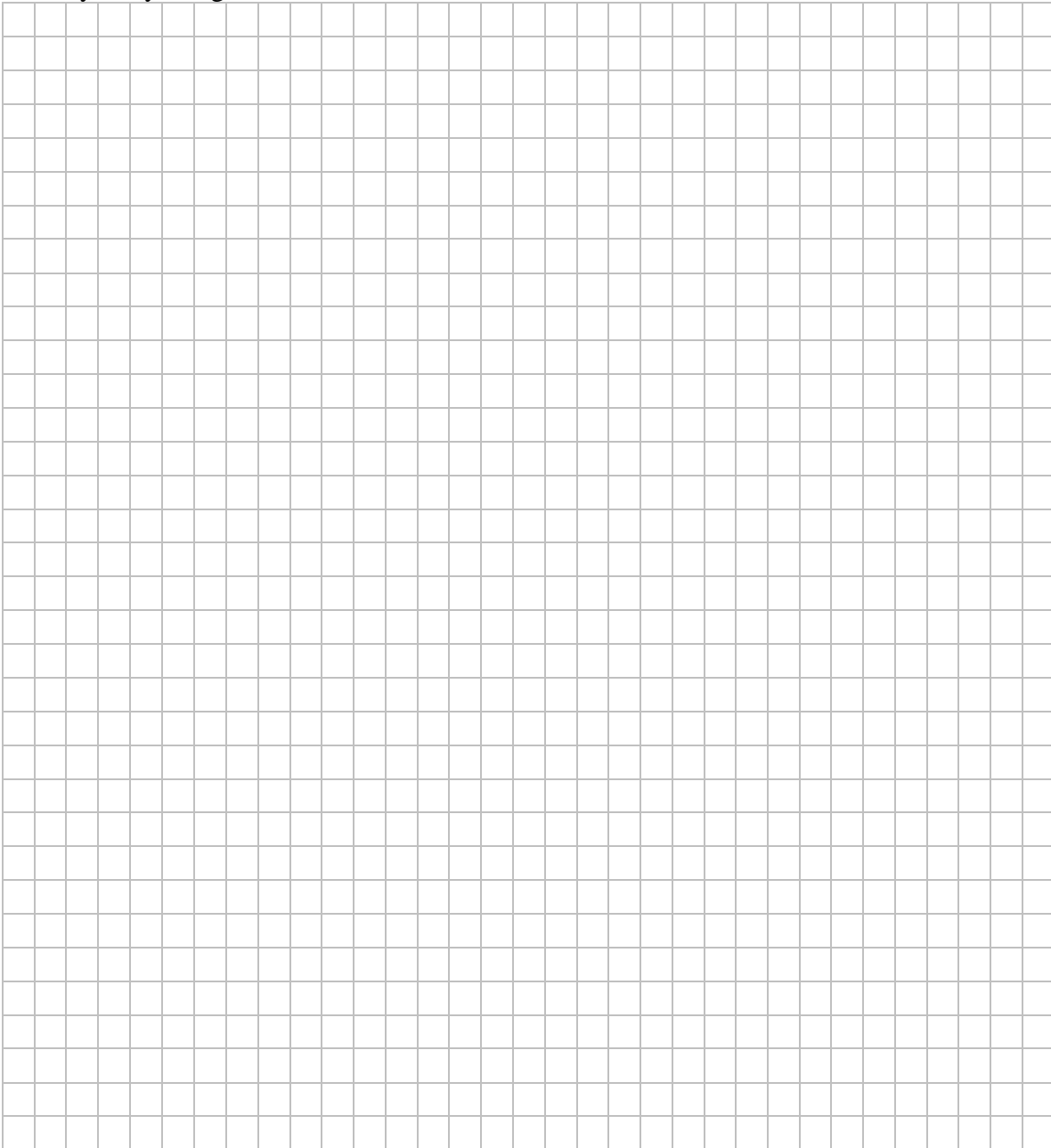
$$x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1 > 0.$$



Odpowiedź: .....

**zadanie 5. (4 pkt)**

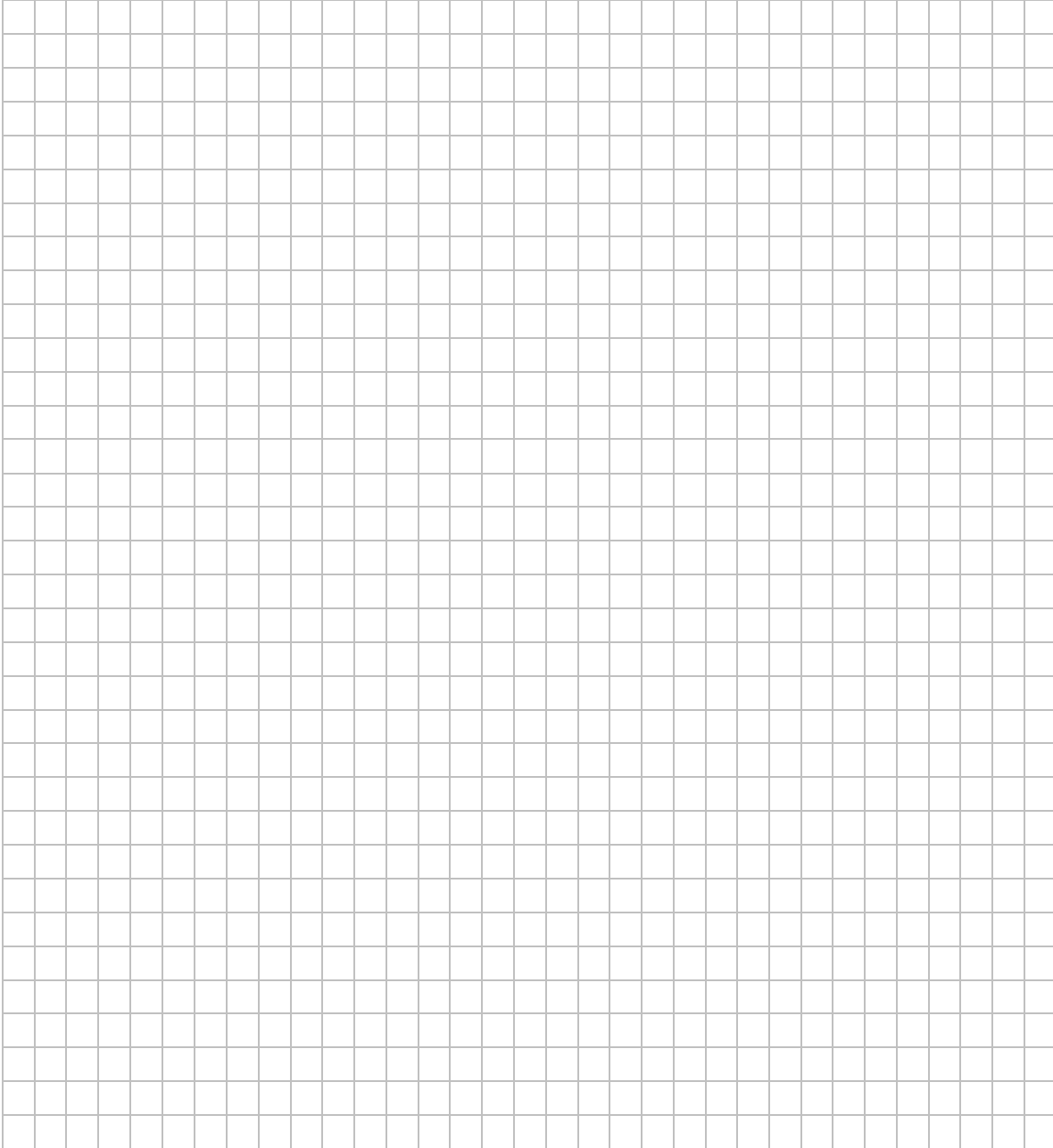
Liczby  $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c}$ , gdzie  $(a+b)(a+c)(b+c) \neq 0$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wykaż, że liczby  $a^2, b^2, c^2$  są również wyrazami ciągu arytmetycznego.



Odpowiedź: .....

**zadanie 6. (4 pkt)**

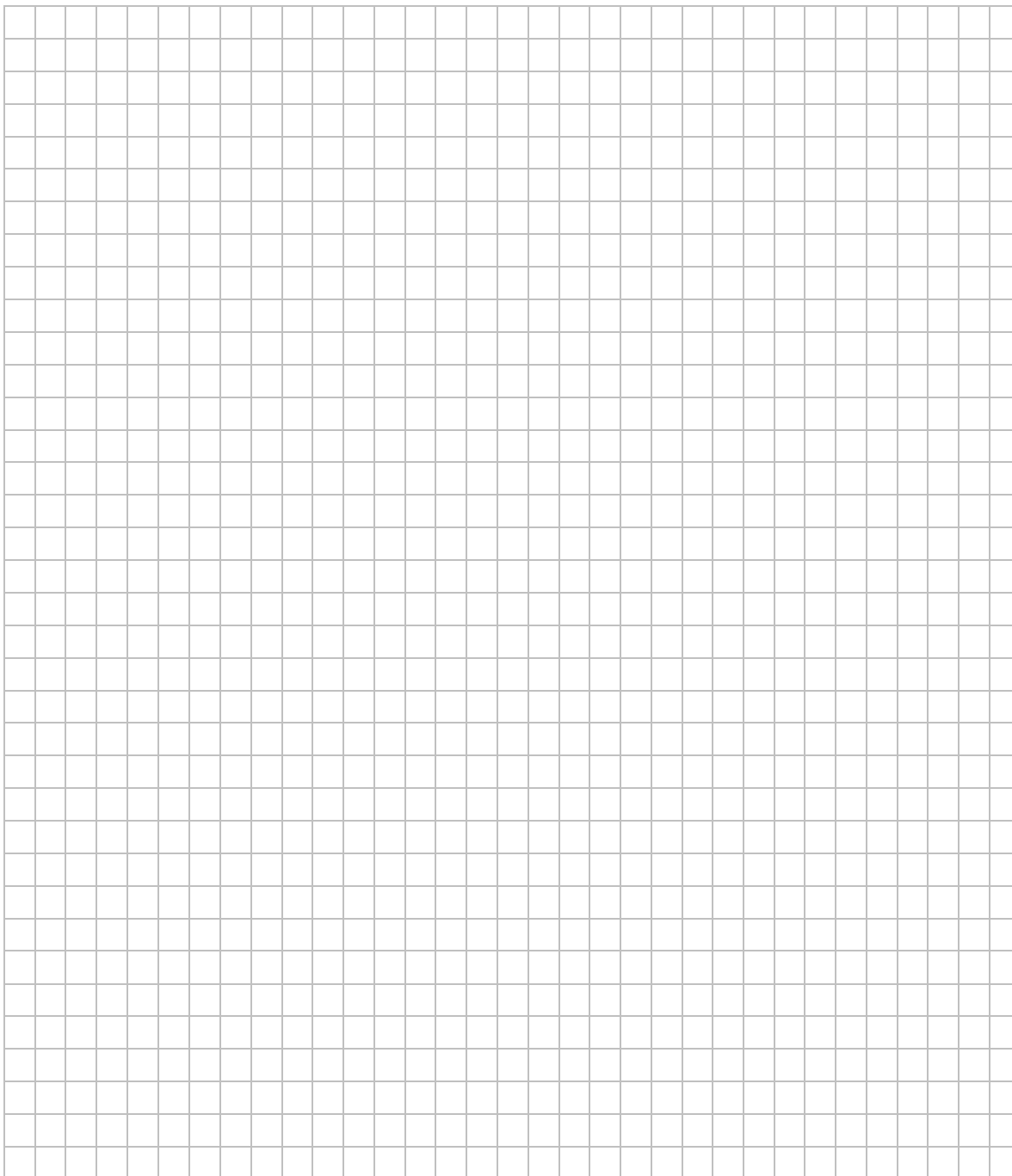
Pole prostokąta jest równe  $8\text{cm}^2$ . Wyznacz jeden z boków prostokąta, jako funkcję drugiego boku i naszkicuj wykres tej funkcji. Podaj dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji.



Odpowiedź:.....

**zadanie 7. (5 pkt)**

Napisz równanie okręgu, do którego należą punkty wspólne paraboli  $y = x^2 - 5x + 6$  i prostej  $x - y + 1 = 0$ , a którego środek należy do prostej o równaniu  $7x + 3y - 9 = 0$ .

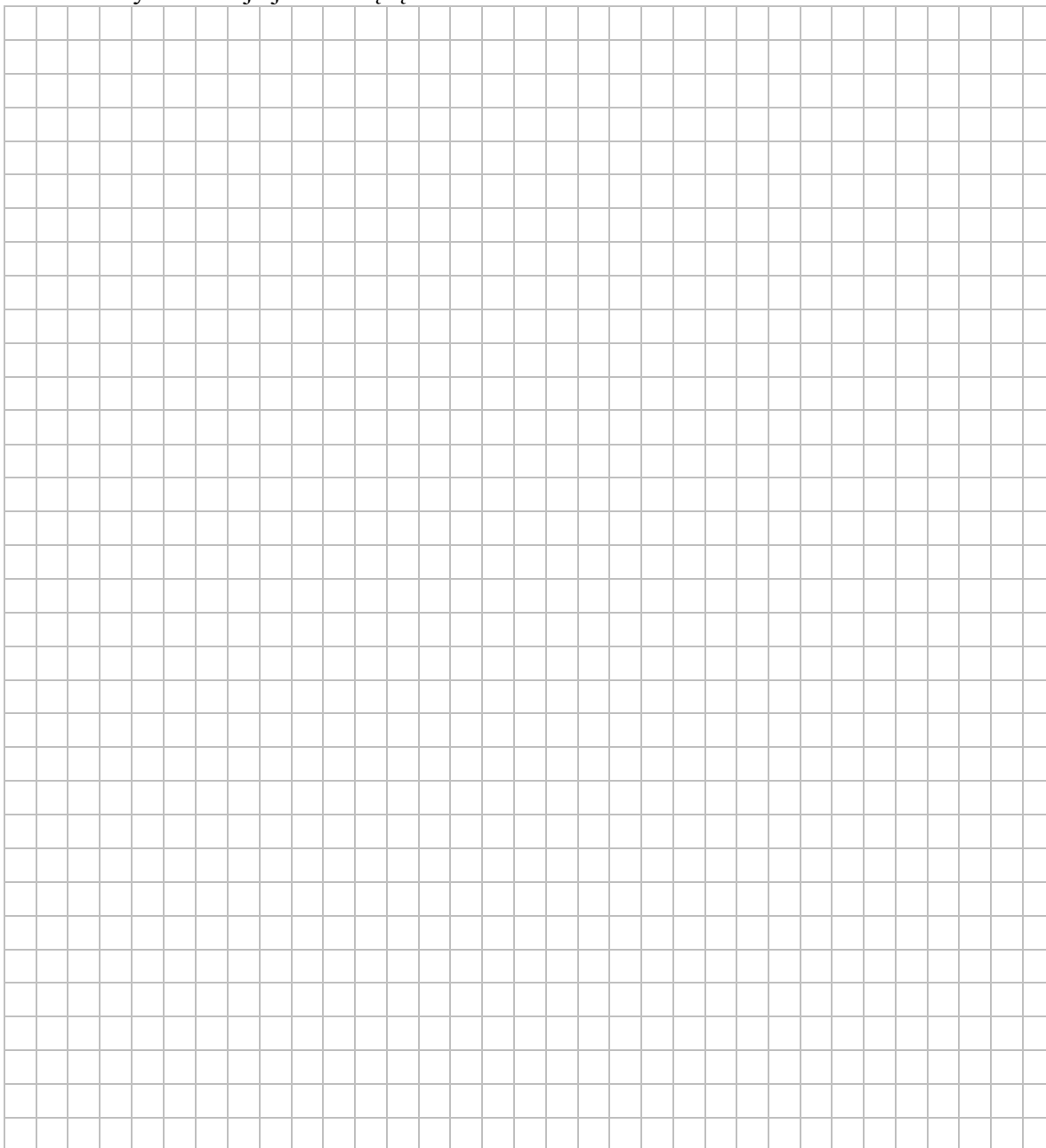


Odpowiedź: .....



**zadanie 8. (4 pkt)**

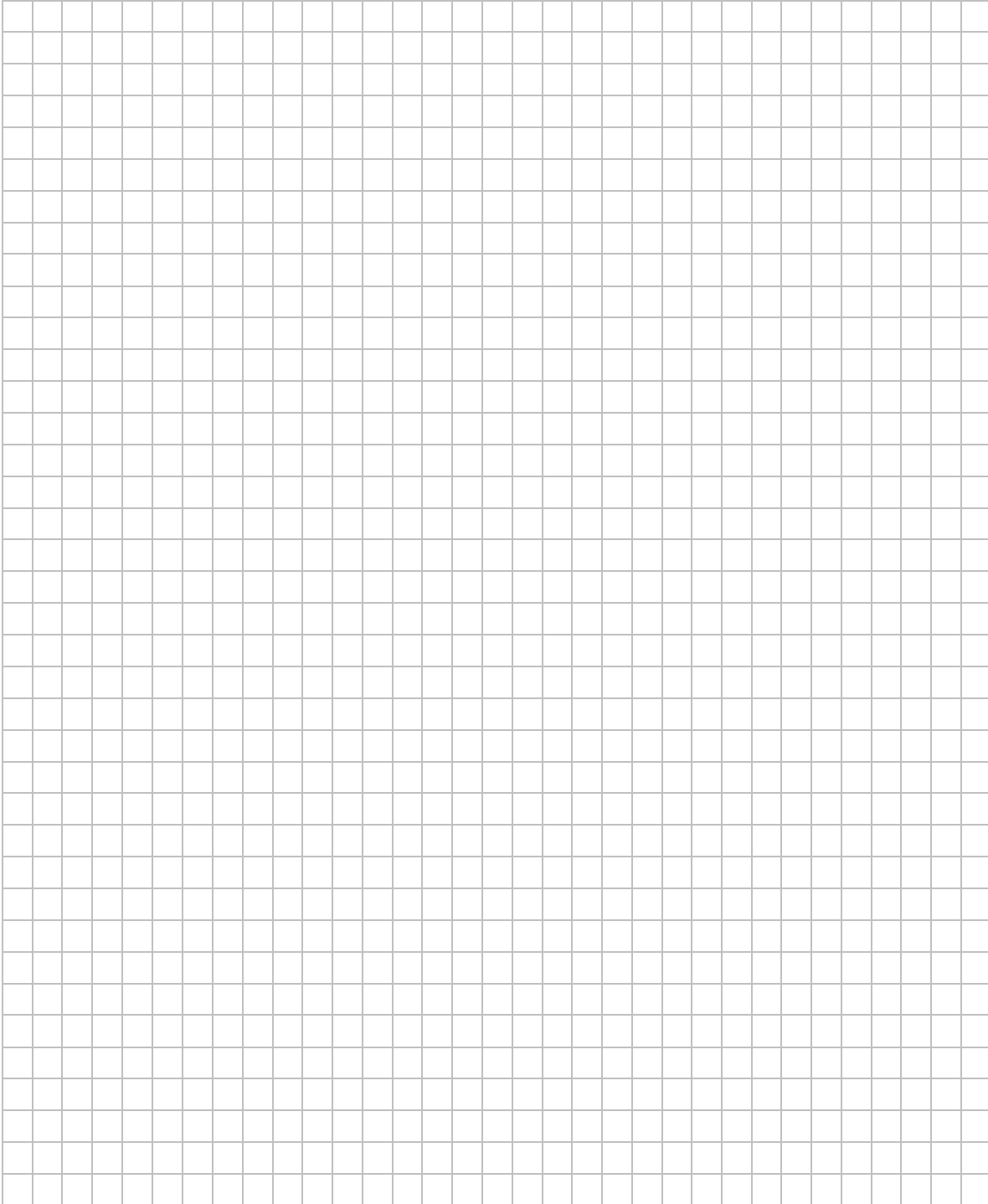
Naszkiej wykres funkcji  $f(x) = |4^{|x|} - 4|$ . Na podstawie wykresu określ przedziały, w których funkcja jest rosnąca.



Odpowiedź: .....

**zadanie 9. (4 pkt)**

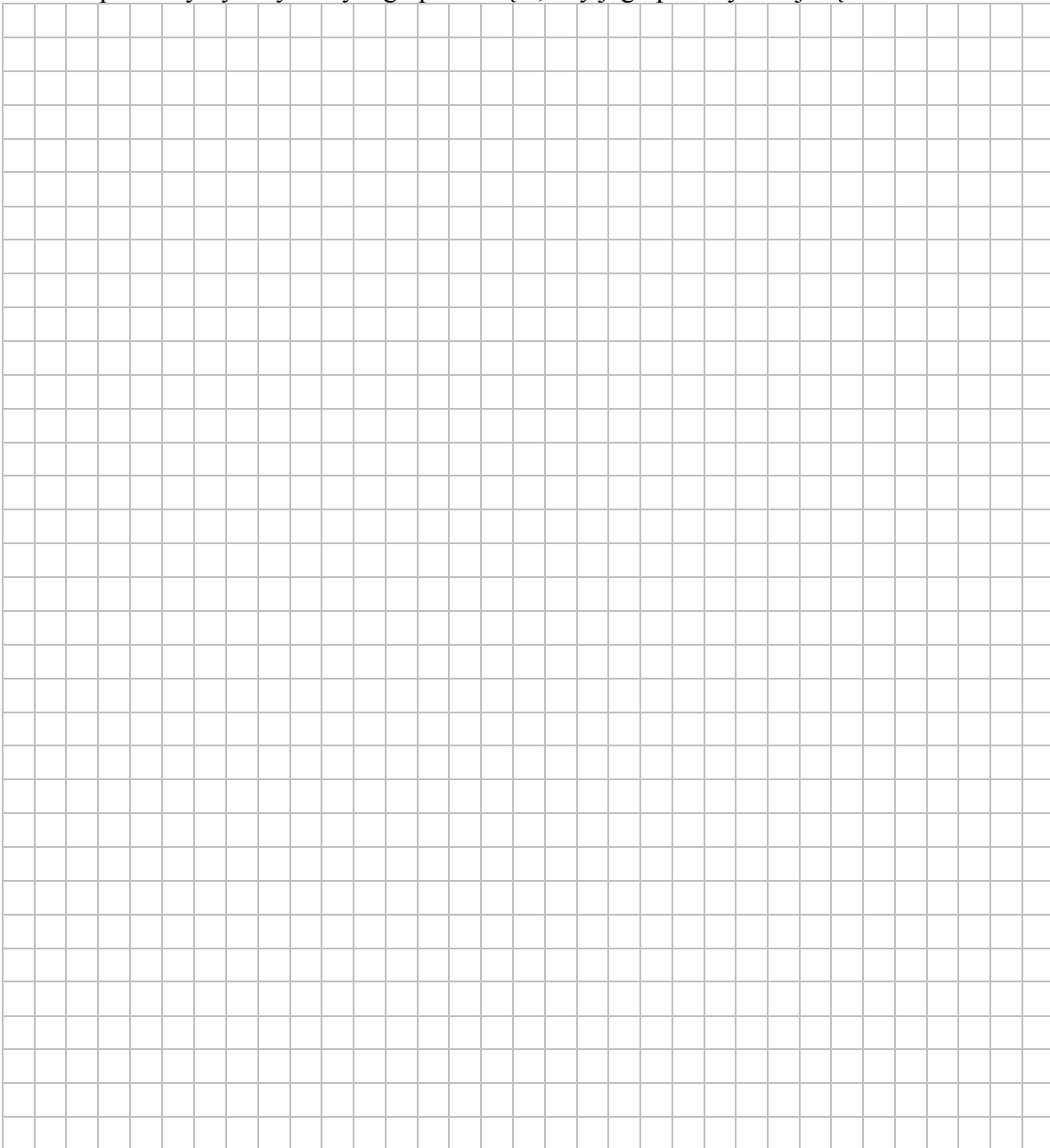
Promień koła wpisanego w trapez prostokątny jest równy  $r$ , kąt ostry trapezu równy jest  $\alpha$ . Oblicz pole i obwód trapezu.



Odpowiedź:.....

**zadanie 10. (5 pkt)**

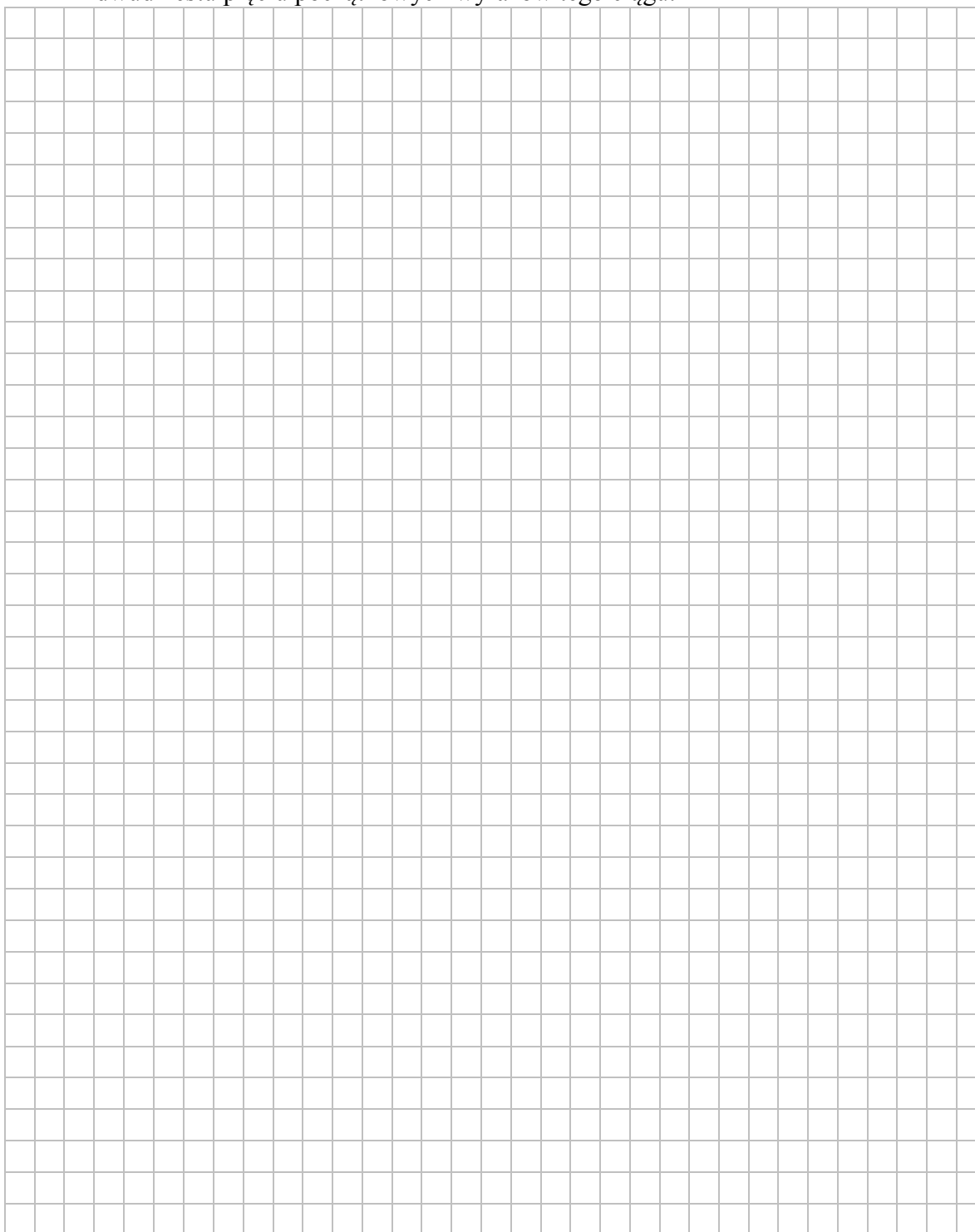
W trójkąt prostokątny, w którym przyprostokątne mają długości 6cm i 8cm wpisano prostokąt w taki sposób, że dwa boki prostokąta są zawarte w przyprostokątnych, a jeden z wierzchołków leży na przeciwprostokątnej. Jakie powinny być wymiary tego prostokąta, aby jego pole było największe?



Odpowiedź:.....

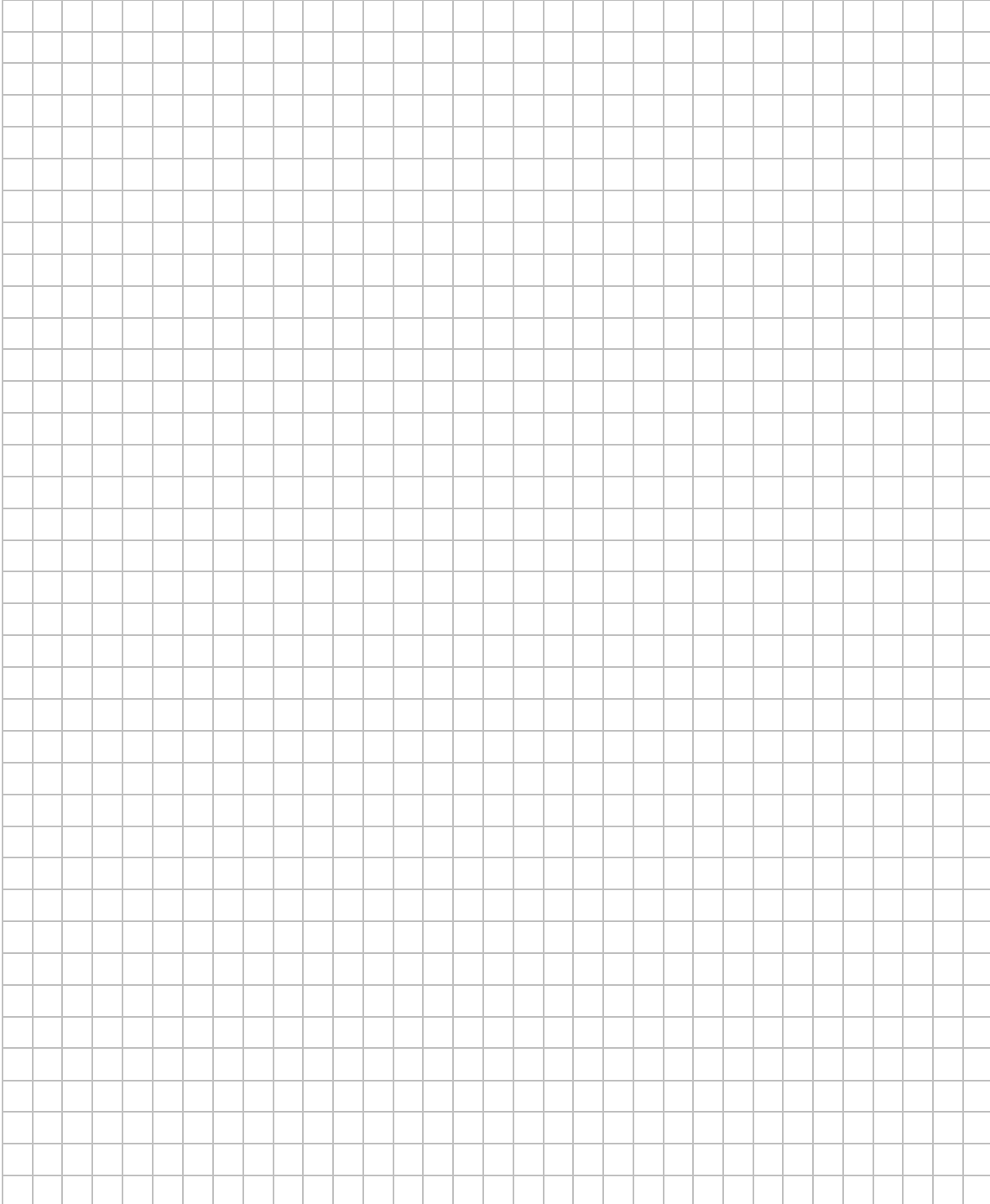
**zadanie 11. (5 pkt)**

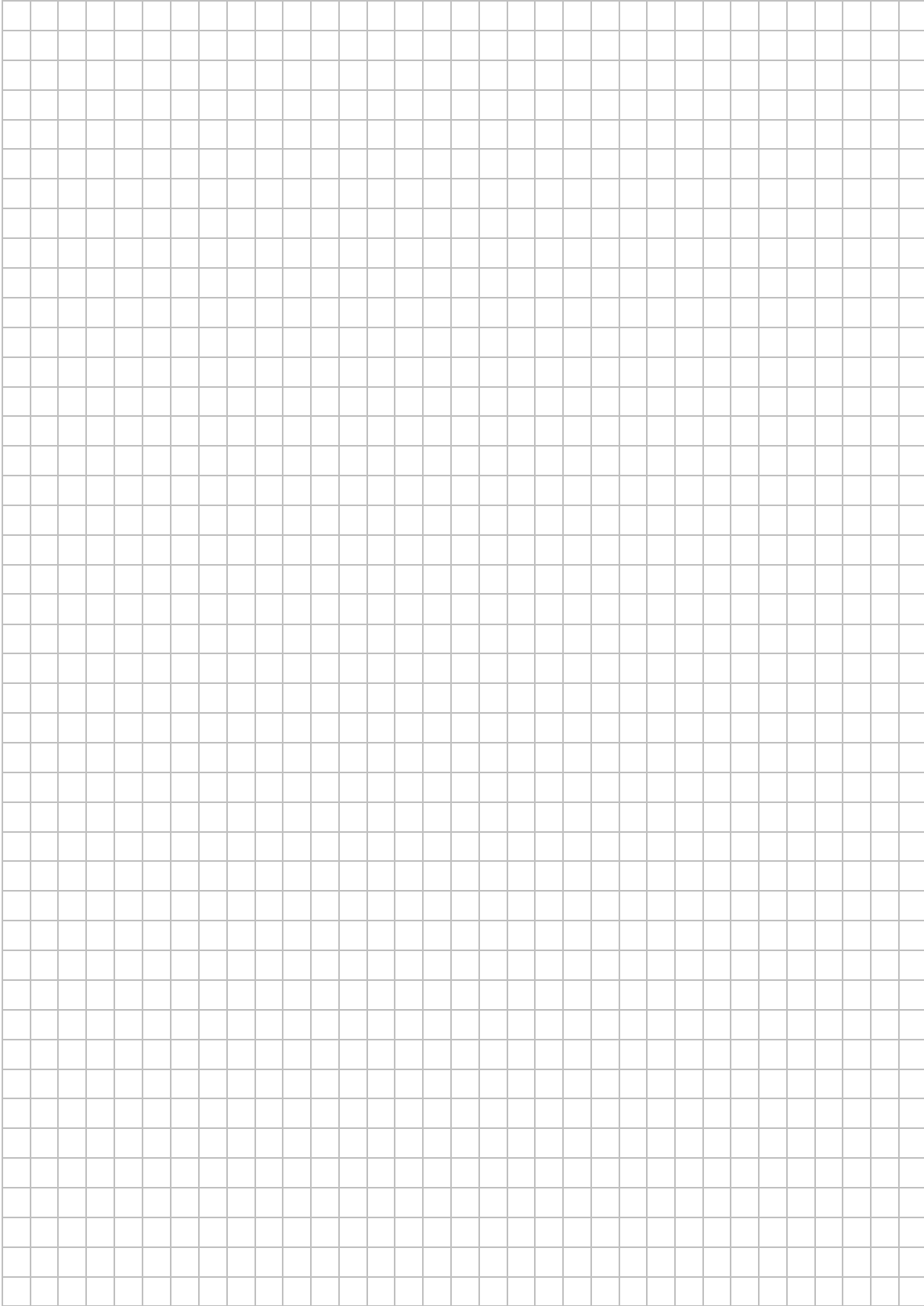
Trzynasty wyraz ciągu geometrycznego jest równy 10. Oblicz wartość iloczynu dwudziestu pięciu początkowych wyrazów tego ciągu.

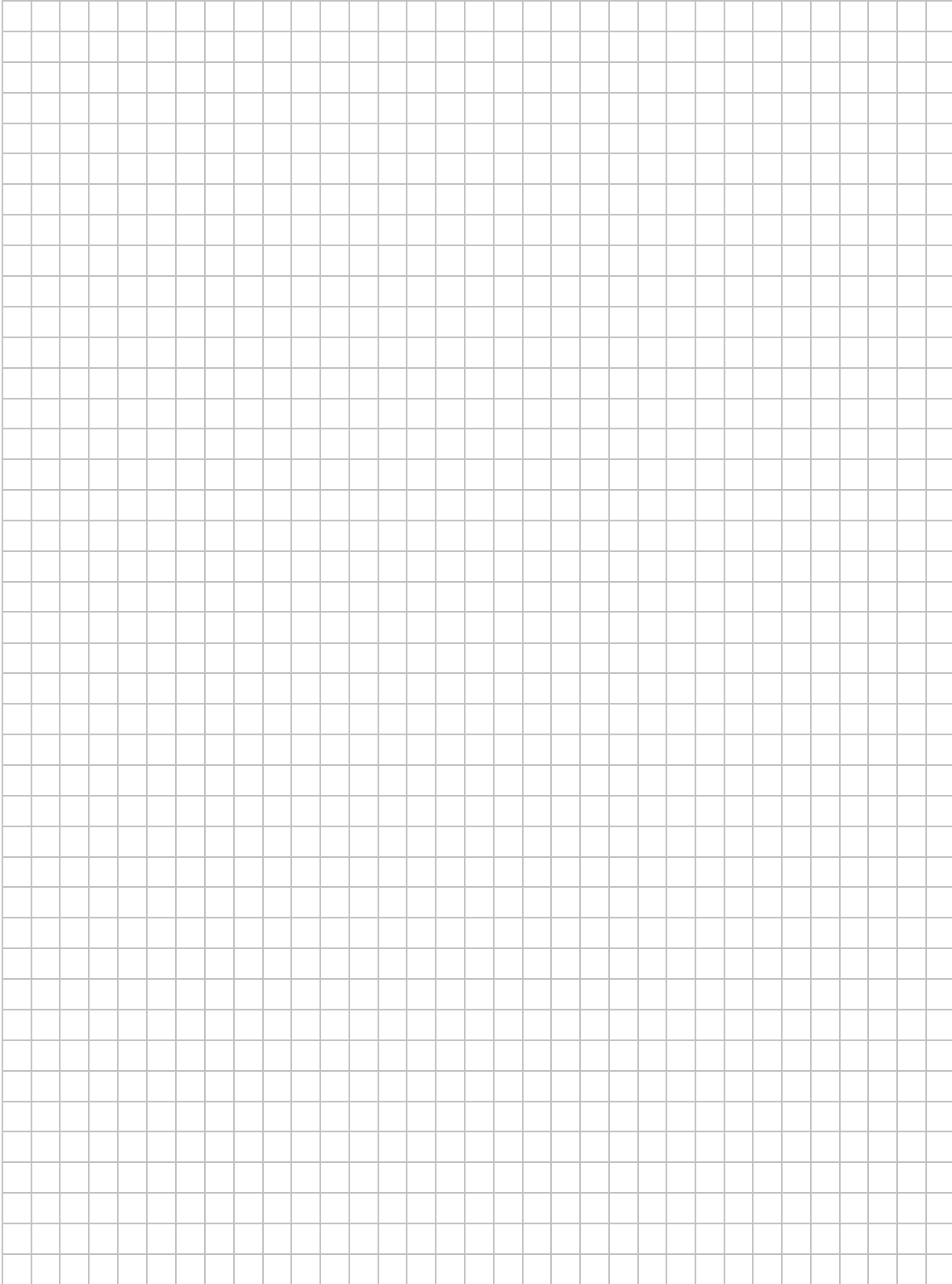


Odpowiedź: .....

**BRUDNOPIS**







## KARTA ODPOWIEDZI

Nr zadania	0	1	2	3	4	5	6
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

*Suma punktów*

--	--