



Matura 2009 matematyka i WOS

Sprawdź,
czy zdasz!

poziom podstawowy

Maturzysto! Dziś kolejna porcja testów na poziomie podstawowym przygotowanych przez ekspertów „Gazety”. Jutro: biologia i geografia, w czwartek: język polski. Powodzenia!

MATEMATYKA

Czas pracy: **120 minut**

Zadanie 1. (0-3)

Pewna firma kupiła maszynę za 240 000 zł, przy czym sprzedawca zgodził się na odroczenie zapłaty o 4 miesiące. W tej sytuacji właściciel firmy pieniądze przeznaczone na kupienie maszyny ulokował w banku. Realna (po odliczeniu podatku) stopa procentowa dla lokat była w tym czasie równa 4,86%. Oblicz rzeczywisty koszt maszyny.

Zadanie 2. (0-5)

Dane są punkty.

$$A = (-5, -4), B = (-4, -4), C = (-1, 2), D = (2, 2)$$

Łamana $ABCD$ jest wykresem funkcji f .

- Narysuj wykres funkcji f .
- Podaj dziedzinę i zbiór wartości funkcji f .
- Podaj miejsce zerowe funkcji f .
- Oblicz $f(\sqrt{2}-1)$.

Zadanie 3. (0-4)

Rozwiąż równanie.

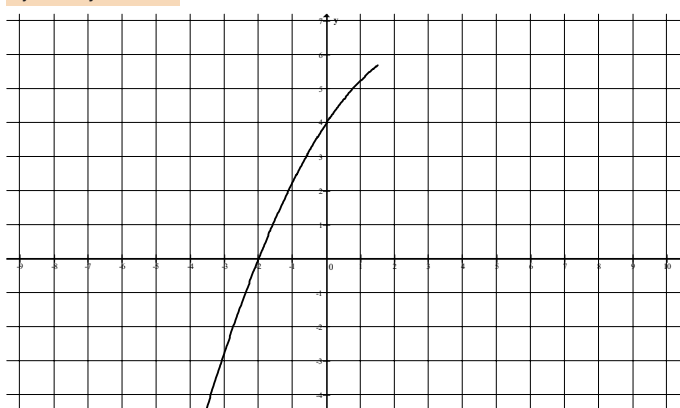
$$|x+2y-7| + |3x-y| = 0$$

Zadanie 4. (0-6)

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji kwadratowej f .

Ośią symetrii wykresu tej funkcji jest prosta o równaniu $x=3$.

Wykres funkcji do zadania 4.



- Rozwiąż nierówność $f(x) \geq 0$.
- Oblicz $f(12)$.

Zadanie 5. (0-4)

Funkcja f jest określona następująco

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x < 1 \\ 3x - 2 & \text{dla } x \geq 1. \end{cases}$$

- Podaj maksymalne przedziały monotoniczności funkcji f .
- Rozwiąż nierówność $f(x) \leq 8$.

Zadanie 6. (0-4)

Wykaż, że dla każdego kąta ostrego α

$$\left(\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Zadanie 7. (0-3)

Punkty

$$A = (-2, 4), C = (4, 10)$$

są przeciwległymi wierzchołkami rombu $ABCD$.

- Wyznacz współrzędne środka symetrii tego rombu.
- Wyznacz równanie prostej zawierającej przekątną BD tego rombu.

Zadanie 8. (0-4)

W trapezie równoramiennym podstawy mają długości 10 i 6, a ramię ma długość $2\sqrt{10}$.

Oblicz kosinus kąta ostrego między przekątną i podstawą.

Zadanie 9. (0-4)

Liczby $10x + 6, 2x, 1$ są w podanej kolejności drugim trzecim i czwartym wyrazem pewnego monotonicznego ciągu geometrycznego. Oblicz x .

Zadanie 10. (0-4)

Promień koła wpisanego w trójkąt prostokątny o obwodzie 20 cm jest równy 2. Oblicz promień koła opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 11. (0-4)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń
 A - suma wylosowanych liczb będzie parzysta
 B - iloczyn wylosowanych liczb będzie podzielny przez 3.

Zadanie 12. (0-5)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy ma długość 12. Krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy ostrosłupa kąt o mierze α . Oblicz objętość tego ostrosłupa. Wynik podaj w zależności od kosinusa kąta α . Narysuj rysunek pomocniczy.

Model odpowiedzi i schemat oceniania - s. 2

Leonard Cohen

Już jutro z „Gazetą” płyta CD

W dniu koncertu w Warszawie

Najpiękniejsze ballady: Suzanne, In My Secret Life, First We Take Manhattan, Dance Me To The End Of Love (live)



Płyta promująca album

The Essential

10
największych
ballad



MODEL ODPOWIEDZI I SCHEMAT OCENIANIA

Każda kropka (•) to 1 punkt.

Zadanie 1.

- Obliczenie czteromiesięcznej stopy procentowej: $4,86 : 3 = 1,62$
- Obliczenie odsetek po 4 miesiącach: $240000 \cdot 0,0162 = 3888$
- Obliczenie rzeczywistego kosztu maszyny: $240000 \text{ zł} - 3888 \text{ zł} = 236112 \text{ zł}$

Zadanie 2.

- Narysowanie wykresu funkcji f (patrz wykres poniżej)
- Podanie dziedziny i zbioru wartości funkcji f : $D = \{-5; 2\}$, $Z_w = \{-4; 2\}$
- Podanie miejsca zerowego x_0 funkcji f : $x_0 = -2$
- Obliczenie $f(\sqrt{2}-1)$: $f(\sqrt{2}-1) = 2$

Zadanie 3.

- Stwierdzenie, na podstawie własności wartości bezwzględnej, że równanie $|x+2y-7| + |3x-y| = 0$ jest równoważne układowi równań: $\begin{cases} x+2y-7=0 \\ 3x-y=0 \end{cases}$
- Rozwiązanie układu równań: $x=1, y=3$.

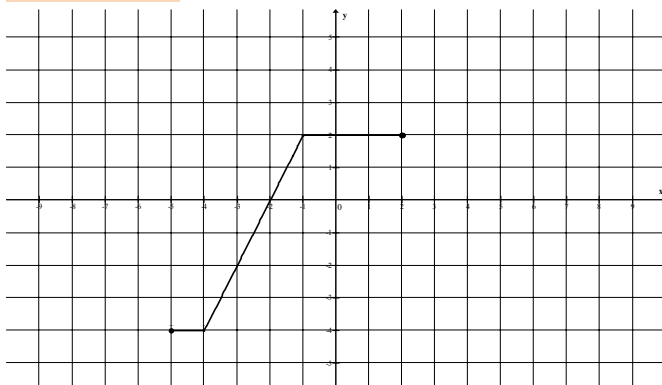
Zadanie 4.

- Odczytanie informacji z rysunku i stwierdzenie, że z faktów, iż $x_1 = -2$ jest miejscem zerowym funkcji oraz że prosta o równaniu $x=3$ jest osią symetrii wykresu funkcji f , wynika, że drugim miejscem zerowym tej funkcji jest $x_2 = 8$.
- Rozwiązanie nierówności $f(x) \geq 0$: $x \in (-2; 8)$
- Zapisanie wzoru funkcji f w postaci iloczynowej w zależności od współczynnika przy x^2 : $f(x) = a(x-8)(x+2)$
- Odczytanie informacji z rysunku i stwierdzenie, że $f(0) = 4$.
- Zapisanie równania i rozwiązanie równania $a \cdot (-8) \cdot (2) = 4$: $a = -\frac{1}{4}$
- Zapisanie wzoru funkcji f i obliczenie $f(12)$: $f(x) = -\frac{1}{4}(x-8)(x+2)$, $f(12) = -14$

Zadanie 5.

- Naskicowanie wykresu funkcji f (patrz wykres poniżej).
- Zapisanie maksymalnych przedziałów monotoniczności funkcji f .

Wykres funkcji do zadania 2.



- Obliczenie długości odcinka CE : $|CE| = 6$
- Obliczenie długości odcinka AC : $|AC| = 10$
- Obliczenie kosinusa kąta α : $\cos \alpha = 0,8$

Zadanie 9.

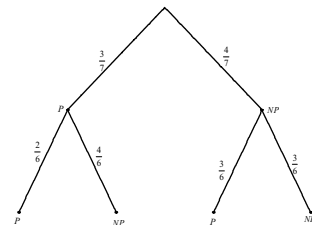
- Wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie równania $(2x)^2 = (10x+6) \cdot 1$.
- Przekształcenie równania $(2x)^2 = (10x+6) \cdot 1$ do postaci $2x^2 - 5x - 3 = 0$.
- Rozwiązanie równania $2x^2 - 5x - 3 = 0$: $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 3$
- Wybór właściwej odpowiedzi $x = 3$.

Zadanie 10.

- Oznaczenie długości przyprostokątnych, np. przez a i b , długości przeciwprostokątnej, np. przez c , i zapisanie równania $a+b=20-c$.
- Podniesienie obu stron równania $a+b=20-c$ do kwadratu i przekształcenie do postaci $ab = 200 - 20c$.
- Obliczenie pola P trójkąta ze wzoru na promień okręgu wpisanego w trójkąt $P = 20 \text{ cm}^2$. Stąd $ab = 40$.
- Podstawienie $ab = 40$ do równania $ab = 200 - 20c$ i obliczenie połowy długości przeciwprostokątnej - promienia R okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym $R = 4$.

Zadanie 11.

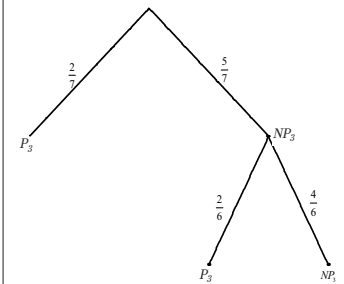
- a) • Stwierdzenie, że suma dwóch liczb jest parzysta wtedy i tylko wtedy, gdy obie liczby są parzyste lub obie liczby są nieparzyste
- Wprowadzenie oznaczeń, np. P - liczba parzysta, NP - liczba nieparzysta i narysowanie drzewa



- Obliczenie $P(A)$: $P(A) = \frac{3}{7}$

- b) • Stwierdzenie, że iloczyn dwóch liczb jest podzielny przez 3 wtedy i tylko wtedy, gdy co najmniej jedna z liczb jest podzielna przez 3

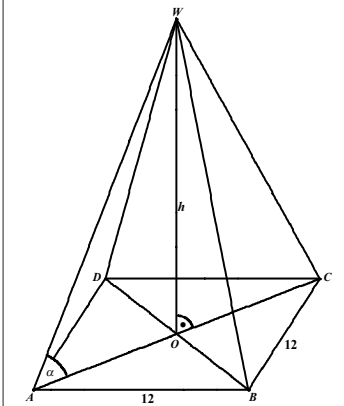
Wprowadzenie oznaczeń, np. P_3 - liczba podzielna przez 3, NP_3 - liczba niepodzielna przez 3 i narysowanie drzewa



- Obliczenie $P(B)$: $P(B) = \frac{11}{21}$

Zadanie 12.

- Narysowanie rysunku pomocniczego, wprowadzenie oznaczeń i zapisanie wzoru na objętość ostrosłupa w zależności od wprowadzonych oznaczeń.



- $V = 48h$
- Obliczenie długości odcinka AO : $|AO| = 6\sqrt{2}$
- Obliczenie długości krawędzi AW w zależności od kosinusa kąta α : $|AW| = \frac{6\sqrt{2}}{\cos \alpha}$
- Obliczenie wysokości h w zależności od kosinusa kąta α : $h = \frac{6\sqrt{2} - 2\cos^2 \alpha}{\cos \alpha}$
- Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = \frac{288\sqrt{2} - 2\cos^2 \alpha}{\cos \alpha}$

AUTORKA
ANNA ZALEWSKA

www.wyborcza.pl wychodzi 24 godziny na dobę

Wykres funkcji do zadania 5.

