Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy
PLACÓWKA AKREDYTOWANA

We współpracy

CENTRUM DOSKONALENIA I EDUKACJI
WŁOCŁAWEK UL. NOWOMIEJSKA 25

Schemat odpowiedzi

PRÓBNA MATURA Z MATEMATYKI, POZIOM ROZSZERZONY

Marzec 2014

Zadanie 1

Wyróżnienie na osi liczbowej przedziałów: $x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$, lub $x \in \langle\frac{2}{3}, 3)$, lub $x \in \langle 3, +\infty)$, lub zapisane czterech przypadków: 1. $\begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x+2 \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 3x+2 < 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 3x+2 < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$	1 punkt
Zapisanie nierówności w poszczególnych przypadkach: gdy $x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$, to: $-3x-2-(-x+3) < 4-2x$ gdy $x \in \langle\frac{2}{3}, 3)$, to: $3x+2-(-x+3) < 4-2x$ gdy $x \in \langle 3, +\infty)$, to: $3x+2-(x-3) < 4-2x$	2 punkty
Rozwiązanie nierówności i wyznaczenie części wspólnej z odpowiednimi przedziałami w dwóch przypadkach: I: $x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$, II: $x \in < -\frac{2}{3}, \frac{5}{6})$, III: $x \in \emptyset$, lub rozwiązanie nierówności w dwóch przypadkach i wyznaczenie części wspólnych z przedziałami oraz stwierdzenie, że jeden z przypadków jest niemożliwy.	3 punkty
Rozwiązanie nierówności i zapisanie, że $x \in \left(-\infty, \frac{5}{6}\right)$.	4 punkty

Uwagi:

1. Jeśli uczeń popełni błąd przy wyznaczaniu przedziałów, to za cale zadanie otrzymuje 0 punktów.
2. We wszystkich przypadkach uczeń może rozpatrywać przedziały obustronnie domknięte, ale jeśli rozpatruje wszystkie przedziały otwarte, to za cale zadanie otrzymuje o 1punkt mniej.

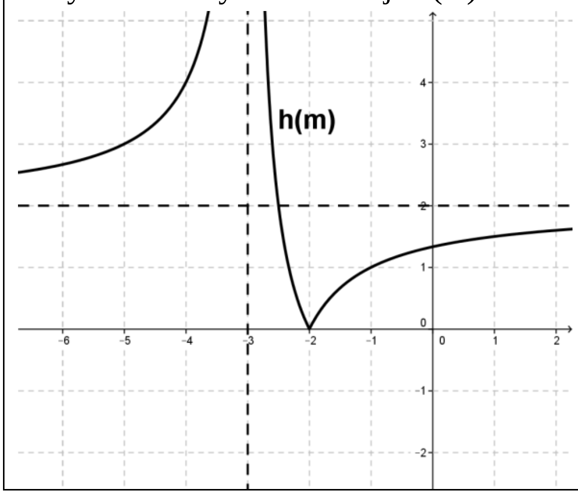
Zadanie 2

Zastosowanie wzoru na zamianę podstawy logarytmu : **L**=$log_n a^3 + log_n a^5 + \cdots + log_n a^{103}$	1 punkt
Zastosowanie wzoru na logarytm potęgi: **L**=$3log_n a + 5log_n a + \cdots + 103log_n a$	2 punkty
Przekształcenie wyrażenia do postaci: L= $log_n a \cdot (3 + 5 + \cdots + 103)$	3 punkty
Obliczenie sumy częściowej ciągu arytmetycznego:2703 i wnioskowanie o prawdziwości tezy: $L = 2703 \cdot log_n a = P$	4 punkty

Zadanie 3

Obliczenie długości boków: $\|AB\|$=3, $\|BC\|$=5	1 punkt
Wyznaczenie długości boków: $\|DC\| = \sqrt{(x+5)^2 + 9}$, $\|AD\| = \|x\|$	2 punkty
Zapisanie równania wynikającego z warunku na to, aby w czworokąt można było wpisać okrąg:$(x+5)^2 + 9 = (2-x)^2$	3 punkty
Rozwiązanie równania:$x = -2\frac{1}{7}$	4 punkty

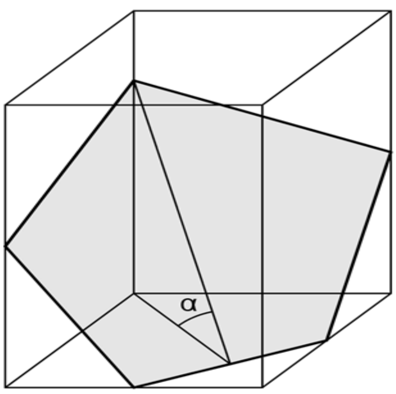
Zadanie 4.

Zauważenie, że funkcja f osiąga wartość najmniejszą dla x = -1: $f(-1) = 2m + 4 = g(m)$	1 punkt
Podanie wzoru funkcji $h(m) = \left\lvert \frac{2m+4}{m+3} \right\rvert$	2 punkty
Narysowanie wykresu funkcji $h(m)$: 	4 punkty

Uwaga.

1. Jeśli uczeń doprowadzi wzór funkcji *h* do postaci $y = 2 - \frac{2}{m+3}$ i na tym poprzestanie to otrzymuje 3 pkt.
2. Jeśli uczeń rysując wykres funkcji *h* nie zaznaczy asymptoty m=-3, to otrzymuje 3 pkt.

Zadanie 5

Sporządzenie rysunku i zauważenie , że pole przekroju jest równe sumie pól trapezu równoramiennego i trójkąta równoramiennego 	1 punkt

Obliczenie wysokości trójkąta : $6\sqrt{2}cm$ lub wysokości trapezu: $3\sqrt{2}cm$	2 punkty
Obliczenie pola trójkąta: $36\ cm^2$ lub pola trapezu: $27\ cm^2$	3 punkty
Obliczenie pola przekroju : $63\ cm^2$	4 punkty

Uwaga: Jeśli uczeń prowadzi poprawne rozumowanie, ale w rozwiązaniu korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych za całe zadanie otrzymuje 3 punkty.

Zadanie 6

Wyznaczenie wyrazu $a_7 = 11$	1 punkt
Zapisanie własności dla ciągu arytmetycznego np. $4 + x = \frac{11 + 7 + 2y}{2}$	2 punkty
Zapisanie własności dla ciągu geometrycznego np. $(4x - 4)^2 = 2(30 - y)$	3 punkty
Rozwiązanie układu równań: $x = 3, y = -2$ lub $x = -\frac{9}{8}, y = -\frac{49}{8}$	4 punkty
Podanie odpowiedzi $x = 3$ i $y = -2$	5 punktów

Zadanie 7

Przekształcenie równania do postaci: $sinx \cdot 2sinxcosx = \frac{3}{2}cosx$	1 punkt
Przekształcenie równania do postaci : $cosx\left(sin^2x - \frac{3}{4}\right) = 0$	2 punkty
Zapisanie alternatywy równań: $cosx = 0 \quad lub\ sinx - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ lub $sinx + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$	3 punkty
Rozwiązanie równania : $x = -\frac{5}{3}\pi, x = -\frac{4}{3}\pi, x = -\frac{3}{2}\pi, x = -\frac{2}{3}\pi, x = -\frac{\pi}{2}$, $x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}\ \ x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{2}{3}\pi$	4 punkty

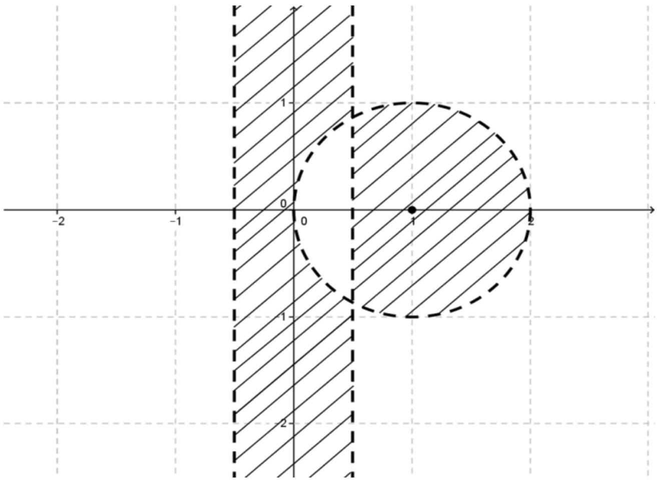
Uwaga.

1. Jeśli uczeń poda tylko rozwiązania ogólne, to otrzymuje 3 punkty
2. Jeśli uczeń dzieli równanie przez $cosx$, to za całe zadanie otrzymuje maksymalnie 1 pkt.

Zadanie 8

Zastosowanie twierdzenia sinusów do wyznaczenia c^2: $c^2 = \frac{a^2+b^2}{5}$	1 punkt
Zastosowanie twierdzenia cosinusów do wyznaczenia $cos\gamma$: $cos\gamma = \frac{2(a^2+b^2)}{5ab}$	2 punkty
Wyznaczenie $sin\gamma$: $sin\gamma = \frac{\sqrt{17a^2b^2-4(a^4+b^4)}}{5ab}$	3 punkty
Zastosowanie związku $a^4+b^4 \geq 2a^2b^2$ i wnioskowanie o prawdziwości tezy: $sin\gamma \leq \frac{3}{5}$	4 punkty

Zadanie 9

Wyznaczenie wzoru funkcji: $f(x) = 3^{\lvert x\rvert+\frac{1}{2}}$	1 punkt
Zastosowanie definicji logarytmu i doprowadzenie liczby logarytmowanej do postaci: $log_9 f^2(x) = \lvert x\rvert + \frac{1}{2}$	2 punkty
Zapisanie warunków, które spełniają punkty płaszczyzny: (1) $\begin{cases}(x-1)^2+y^2>1\\ \lvert x\rvert+\frac{1}{2}<1\end{cases}$ lub (2) $\begin{cases}0<(x-1)^2+y^2<1\\ \lvert x\rvert+\frac{1}{2}>1\end{cases}$	3 punkty
Zaznaczenie na płaszczyźnie punktów spełniających warunek (1) lub (2)	4 punkty
Zaznaczenie na płaszczyźnie zbioru A 	5 punktów

Uwaga. Jeżeli uczeń zaznaczy chociaż jeden zbiór z brzegiem, to za całe zadanie może otrzymać 4 punkty.

Zadanie 10

Zastosowanie twierdzenia o odcinkach stycznych i siecznych do zapisania zależności $\lvert EA\rvert \cdot \lvert EB\rvert = \lvert ED\rvert^2$	1 punkt
Obliczenie $\lvert EA\rvert = 10cm$	2 punkty
Obliczenie wysokości trapezu i trójkąta: $h = 6cm$	3 punkty
Obliczenie pola trójkąta ABD: $P = 24cm^2$	4 punkty
Obliczenie $R = 2\sqrt{5}cm$	5 punktów

Zadanie 11

Podanie liczby możliwości wyboru szuflad: $\binom{4}{2}$	1 punkt
Podanie liczby możliwości rozmieszczenia kul dokładnie w dwóch szufladach: $2^5 - 2$	2 punkty
Obliczenie liczby możliwości: $\binom{4}{2} \cdot (2^5 - 2) = 180$	3 punkty

Zadanie 12

Zastosowanie twierdzenia o reszcie z dzielenia wielomianu w przez dwumian $(x - r)$ i zapisanie $w(3) \leq 3$	1 punkt
Otrzymanie nierówności $-\frac{15}{m} + 3m - 1 \leq 3$ dla $m \neq 0$.	2 punkty
Rozwiązanie nierówności równoważnej $\frac{-15+3m^2-4m}{m} \leq 0 \Leftrightarrow m \cdot (3m^2 - 4m - 15) \leq 0$: $m \in \left(-\infty. -\frac{5}{3}\right\rangle \cup \langle 0,3\rangle$	3 punkty
Uwzględnienie dziedziny i podanie odpowiedzi: $m \in \left(-\infty. -\frac{5}{3}\right\rangle \cup (0, 3\rangle$	4 punkty