

## Schematy punktowania zadań do Arkusza II

Zadanie 12.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie wyrażenia $\frac{x(x-1)(x-2)}{x^2-3x+2}$ w prostszej postaci. Odp. $x$ .	1
2.	Obliczenie granicy funkcji $f$ w punkcie $x=1$ . Odp. 1.	1
3.	Obliczenie granicy funkcji $f$ w punkcie $x=2$ . Odp. 2	1
4.	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. Funkcja $f$ jest ciągła w punkcie $x=1$ ; funkcja $f$ nie jest ciągła w punkcie $x=2$ . <i>Za każdą część odpowiedzi – 1 punkt.</i>	2

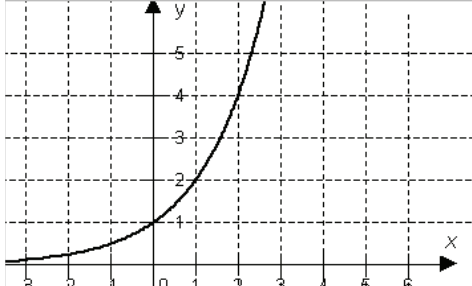
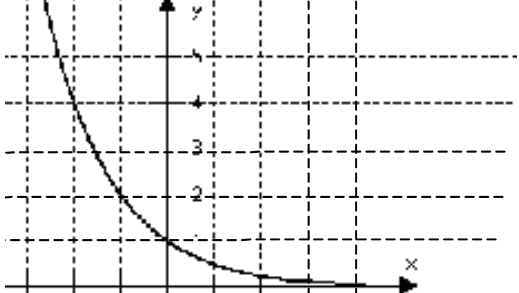
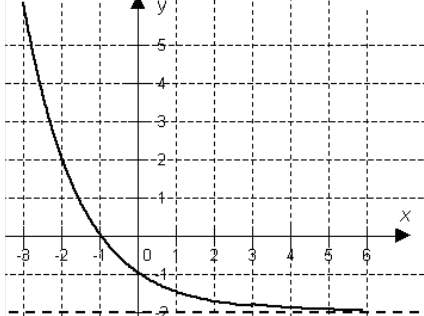
Zadanie 13.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Obliczenie $P(B)$ . Odp. $P(B) = \frac{1}{4}$ .	1
2.	Obliczenie $P(A \cap B)$ . $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ Odp. $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ .	1
3.	Porównanie liczb $P(A \cap B)$ oraz $P(A) \cdot P(B)$ i zapisanie odpowiedzi, że zdarzenia $A$ i $B$ są niezależne.	1

Zadanie 14.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Ustalenie, że punkt $D$ jest obrazem punktu $A$ oraz punkt $C$ jest obrazem punktu $B$ . <i>Fakt ten może być opisany słownie, przedstawiony rysunkiem lub wykorzystany podczas rozwiązania.</i>	1
2.	Wyznaczenie równania prostej $AD$ . Odp. $y=0$ .	1
3.	Wyznaczenie równania prostej $BC$ . Odp. $y=2x-2$ .	1
4.	Wyznaczenie współrzędnych środka jednokładności. Odp. $(1,0)$ .	1

## Zadanie 15.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Naszkiecowanie wykresu funkcji $f$ . 	1
2.	Wyznaczenie wzoru funkcji $f \circ g$ . Odp. $(f \circ g)(x) = 2^{-x}$ .	1
3.	Naszkiecowanie wykresu funkcji $f \circ g$ . 	1
4.	Wyznaczenie wzoru funkcji $h \circ f \circ g$ . Odp. $(h \circ f \circ g)(x) = 2^{-x} - 2$ .	1
5.	Naszkiecowanie wykresu funkcji $h \circ f \circ g$ . 	1

## Zadanie 16.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych za pomocą symbolu Newtona. Odp. $\binom{42}{5}$ .	1
2.	Obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych. Odp. 850668.	1
3.	Zapisanie liczby zdarzeń sprzyjających trafieniu co najmniej 4 spośród 5 liczb z wykorzystaniem symbolu Newtona. Odp. $\binom{5}{4}\binom{37}{1} + 1$ .	1

4.	Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających. Odp. 186.	1
5.	Obliczenie prawdopodobieństwa trafienia co najmniej 4 spośród 5 liczb. $\frac{186}{850668} \approx 0,0002186$ Odp. 0,00022.	1

Zadanie 17.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Zapisanie równania w postaci $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ .	1
2.	Zapisanie równania z niewiadomą $t = \sin x$ . Odp. $2t^2 - 5t + 2 = 0$ .	1
3.	Wyznaczenie rozwiązań równania $2t^2 - 5t + 2 = 0$ . Odp. $t = 2$ , $t = \frac{1}{2}$ .	1
4.	Zapisanie, że równanie $\sin x = 2$ nie ma rozwiązań.	1
5.	Zapisanie rozwiązań równania $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$ . Odp. $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in C$ lub $x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi, k \in C$ . (Uznajemy też wynik zapisany w postaci. $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$ , gdzie $k \in C$ lub $x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$ , gdzie $k \in C$ ).	1

Zadanie 18.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie polecenia a). Odp. $y = \frac{5}{8}$ . <i>Za podanie współczynnika kierunkowego stycznej lub wartości pochodnej funkcji <math>f</math> dla <math>x=0</math> przyznajemy 1 punkt.</i>	2
2.	Podanie argumentu, dla którego funkcja $f$ osiąga minimum. Odp. $x = 3$ .	1
3.	Podanie minimum funkcji $f$ . Odp. $f_{\min}(3) = -1$ .	1
4.	Wykonanie polecenia c). Odp. Najmniejsza wartość funkcji $f$ jest równa $-1$ .	1

Zadanie 19.

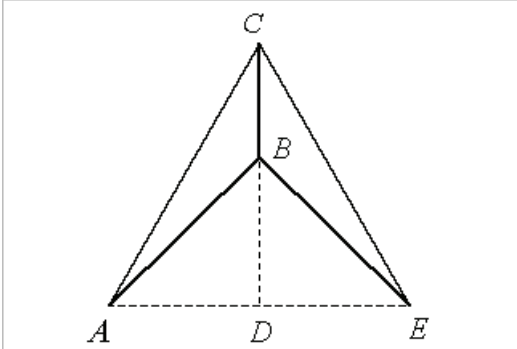
L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie polecenia zadania. Odp. Równanie nie ma rozwiązań dla $m \in (-\infty, 0)$ ; równanie ma 1 rozwiązanie dla $m \in (0, +\infty)$ . <i>Po 1 punkcie za każdy z rozważonych przypadków.</i>	2
2.	Uzasadnienie odpowiedzi. Odp. Funkcja $g$ określona wzorem $g(x) = f(x-1)$ jest funkcją różnowartościową. Zbiorem wartości	2

	funkcji $g$ jest przedział $(0, +\infty)$ . <i>Po 1 punkcie za każdy element uzasadnienia.</i>	
--	---	--

## Zadanie 20.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Sprawdzenie, czy dla $n = 1$ zachodzi dana równość. Odp. Lewa strona równości jest równa 2. Prawa strona jest równa $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$ .	1
2.	Zapisanie założenia indukcyjnego. Odp. $2 + 5 + 8 + \dots + (3k - 1) = \frac{3}{2}k^2 + \frac{1}{2}k$ , gdzie $k$ jest dowolną ustaloną liczbą naturalną większą lub równą 1.	1
3.	Zapisanie tezy indukcyjnej. Odp. $2 + 5 + 8 + \dots + (3k - 1) + (3k + 2) = \frac{3}{2}(k + 1)^2 + \frac{1}{2}(k + 1)$	1
4.	Przeprowadzenie dowodu tezy indukcyjnej. Odp. $2 + 5 + 8 + \dots + (3k - 1) + (3k + 2) = \frac{3}{2}k^2 + \frac{1}{2}k + (3k + 2) =$ $= \frac{3}{2}k^2 + 3k + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}(k + 1)^2 + \frac{1}{2}(k + 1)$	2
5.	Sformułowanie odpowiedzi. Odp. Na mocy zasady indukcji matematycznej dana równość jest prawdziwa dla każdej liczby całkowitej, dodatniej $n$ .	1

## Zadanie 21.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	Wykonanie rysunku i wprowadzenie oznaczeń. Odp. 	1
2.	Zapisanie jaką bryłą jest bryła po obrocie danego trójkąta. Odp. Powstała bryła jest stożkiem z wyciętym stożkiem o tej samej podstawie. <i>Punkt przyznajemy także jeśli zaznaczony jest stożek na rysunku.</i>	1
3.	Wyznaczenie długości odcinka $\overline{AB}$ . Z twierdzenia kosinusów	1

	$ \overline{AB} ^2 =  \overline{AC}  +  \overline{BC}  - 2 \overline{AC}  \cdot  \overline{BC}  \cos \angle ACB .$ <p>Odp. <math> \overline{AB}  = 7 .</math></p>	
4.	<p>Wyznaczenie długości odcinka <math>\overline{AD}</math>.</p> $ \overline{AD}  =  \overline{AC}  \cdot \sin \angle ACB$ <p>Odp. <math> \overline{AD}  = 4\sqrt{3} .</math></p>	1
5.	<p>Wyznaczenie długości odcinka <math>\overline{CD}</math>.</p> $ \overline{CD}  =  \overline{AC}  \cdot \cos \angle ACB$ <p>Odp. <math> \overline{CD}  = 4 .</math></p>	1
6.	<p>Obliczenie objętości powstałej bryły.</p> $V = \frac{1}{3}\pi  \overline{AD} ^2 \cdot  \overline{CD}  - \frac{1}{3}\pi  \overline{AD} ^2 \cdot  \overline{BD} $ <p>Odp. <math>48\pi .</math></p>	1
7.	<p>Obliczenie pola powierzchni całkowitej.</p> $P = \pi  \overline{AD}  \cdot  \overline{AC}  + \pi  \overline{AD}  \cdot  \overline{AB} $ <p>Odp. <math>60\sqrt{3}\pi .</math></p> <p><i>Jeśli wyznaczone zostało pole powierzchni bocznej tylko jednego stożka przyznajemy 1 punkt.</i></p>	2

## Zadanie 22.

L. p.	Wykonana czynność	L. punktów
1.	<p>Zapisanie warunku jaki musi spełniać niewiadoma <math>x</math>.</p> <p>Odp. <math display="block">\begin{cases} x &gt; 0 \\ \log_3 x &gt; 0 \\ \log_9 x &gt; 0 \end{cases}</math></p>	1
2.	<p>Wyznaczenie dziedziny równania.</p> <p>Odp. <math>x \in (1, +\infty) .</math></p>	1
3.	<p>Zapisanie równania w postaci</p> $\log_9(\log_9 x)^2 = \log_9(\log_3 x) .$ <p><i>Za zastosowanie twierdzenia o zamianie podstaw – 1 punkt.</i></p>	2
4.	<p>Zapisanie równania w postaci <math>(\log_9 x)^2 - \log_3 x = 0 .</math></p>	1
5.	<p>Zapisanie równania w postaci <math>(\log_9 x)^2 - 2\log_9 x = 0 .</math></p>	1
6.	<p>Wyznaczenie rozwiązań równania</p> $(\log_9 x)^2 - 2\log_9 x = 0 .$ <p>Odp. <math>x = 1</math> lub <math>x = 81</math>.</p> <p><i>Zapisanie w postaci <math>(\log_9 x - 2)\log_9 x = 0</math> - 1 punkt.</i></p> <p><i>Zapisanie alternatywy: <math>\log_9 x = 0</math> lub <math>\log_9 x = 2</math> - 1 punkt.</i></p> <p><i>Wyznaczenie rozwiązań równania - 1 punkt.</i></p>	3
7.	<p>Wyznaczenie rozwiązań równania</p> $\log_3(\log_9 x) = \log_9(\log_3 x) .$ <p>Odp. <math>x = 81 .</math></p>	1

*Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną od przedstawionej w schemacie punktowania metodą zgodną z poleceniem przyznajemy maksymalną liczbę punktów.*