

PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIA

POZIOM PODSTAWOWY

ZADANIA ZAMKNIĘTE

| | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Nr zad. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Odp. | D | C | B | A | A | C | B | B | C | B | A | B |

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| A | B | D | B | A | D | D | A | D | B | C | C | D |

ZADANIA OTWARTE

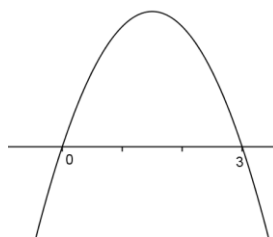
Zadanie 26.

$$-2x^2 + 3x + 5 < -3x + 5$$

$$-2x^2 + 6x < 0$$

$$-2x(x-3) < 0$$

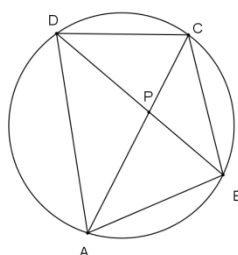
$$\text{zatem } x \in (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$$



Zadanie 27.

$$(3\sqrt{2} - 2\sqrt{7})^2 + (2\sqrt{2} + 3\sqrt{7})^2 = (18 - 12\sqrt{14} + 28) + (8 + 12\sqrt{14} + 63) = 117 \in C \text{ c.n.d.}$$

Zadanie 28.



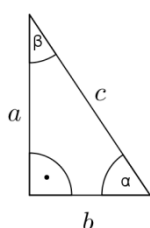
W trójkącie BPC: $|\sphericalangle BPC| = 180^\circ - (|\sphericalangle PBC| + |\sphericalangle PCB|)$

$$|\sphericalangle APB| = 180^\circ - |\sphericalangle BPC| = 180^\circ - [180^\circ - (|\sphericalangle PBC| + |\sphericalangle PCB|)] = |\sphericalangle PBC| + |\sphericalangle PCB|$$

$|\sphericalangle PBC| = |\sphericalangle DBC|$ i $|\sphericalangle DBC| = |\sphericalangle CAD|$ (kąty wpisane oparte na tym samym łuku), $|\sphericalangle PCB| = |\sphericalangle ACB|$

zatem $|\sphericalangle APB| = |\sphericalangle ACB| + |\sphericalangle CAD|$ c. n. d.

Zadanie 29.



$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{a \cdot b} = \frac{c^2}{a \cdot b} = 4 \quad \text{stąd } \frac{a \cdot b}{c^2} = \frac{1}{4}$$

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c^2} \quad \text{zatem } \sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{4}$$

Zadanie 30.

Równanie prostej AB: $y = ax + b$

$$\begin{cases} -3 = a \cdot 0 + b \\ 1 = a \cdot 2 + b \end{cases} \text{ po rozwiązaniu układu równań otrzymamy } y = 2x - 3.$$

Niech symetralna odcinka AB ma równanie $y = cx + d$. Musi być prostopadła do prostej AB, zatem $2 \cdot c = -1$, stąd $c = -\frac{1}{2}$. Środek odcinka AB: $S = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{-3+1}{2}\right) = (1, -1)$ musi leżeć na szukanej prostej, więc $-1 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + d$. Po obliczeniu $d = -\frac{1}{2}$ możemy podać równanie symetralnej odcinka AB: $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

Zadanie 31.

Doświadczenie polega na wylosowaniu jednej liczby spośród 90, zatem $|\Omega| = 90$. Liczb dwucyfrowych podzielnych przez 6 jest 15 (12, 18, 24, ..., 96), liczb dwucyfrowych podzielnych przez 8 mamy 11 (16, 24, 32, ..., 96) wśród nich są liczby podzielne i przez 6 i przez 8 (24, 48, 72 i 96).

Niech A oznacza zdarzenie – wylosowano liczbę podzielną przez 6 lub przez 8, $|A| = 15 + 11 - 4 = 22$.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{22}{90} = \frac{11}{45}.$$

Zadanie 32.

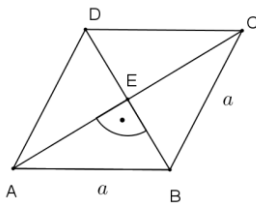
a) Musimy rozwiązać równanie $n^2 - 5n - 4 = 2$, gdzie $n \in N_+$

Rozwiązania równania $n^2 - 5n - 6 = 0$, to $n_1 = -1, n_2 = 6$. Warunki zadania spełnia $n_2 = 6$.

Zatem taki wyraz istnieje ($a_6 = 2$).

b) $a_6 = 2, a_9 = 32, (2, x, 32)$ – ciąg geometryczny, stąd $x^2 = 64$.

Zatem $x = 8$ lub $x = -8$.

Zadanie 33.

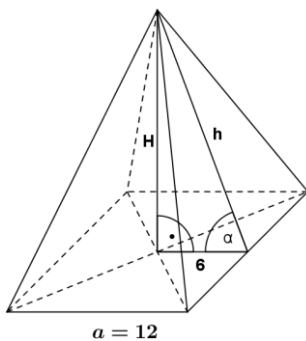
$$4a = 12\sqrt{5} \text{ zatem } a = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{Niech } |BD| = x, \text{ z warunków zadania } |AC| = x + 6. |AE| = \frac{x+6}{2}, |BE| = \frac{x}{2}.$$

$$\text{Trójkąt AEB jest prostokątny, stąd } \left(\frac{x+6}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (3\sqrt{5})^2 \text{ i } x > 0.$$

Rozwiązaniem spełniającym warunki zadania jest $x = 6$.

$$P = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BD| = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 = 36. \text{ Pole tego rombu jest równe 36.}$$

Zadanie 34.

$$\frac{H}{6} = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ stąd } H = 2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 2\sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

$$\frac{6}{h} = \cos \alpha = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ stąd } h = 4\sqrt{3}$$

$$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = 2 \cdot 12 \cdot 4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}.$$