Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY
Z OPERONEM
MATEMATYKA

LISTOPAD
2012

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1.–32.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–23.) zaznacz poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (24.–32.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 23. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (*1 pkt*)

Wartość liczby $a = 16\sqrt[3]{4}$ jest równa wartości liczby:

A. $2^{\frac{4}{3}}$ **B.** $2^{\frac{7}{3}}$ **C.** $2^{\frac{5}{3}}$ **D.** $2^{\frac{14}{3}}$

Zadanie 2. (*1 pkt*)

Miejscem zerowym funkcji f określonej wzorem $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -4\rangle \\ 5x + 10 & \text{dla } x \in (-4, 2) \\ x + 4 & \text{dla } x \in \langle 2, +\infty) \end{cases}$ jest:

A. -4 **B.** -2 **C.** -1 **D.** 1

Zadanie 3. (*1 pkt*)

Funkcja f, określona wzorem $f(x) = x^2 - 3x - 4$, przyjmuje wartości ujemne jedynie w przedziale:

A. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ **B.** $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ **C.** $(-1, 4)$ **D.** $(-4, 1)$

Zadanie 4. (*1 pkt*)

Wartość liczby $25^{\log_5 2}$ jest równa:

A. 2 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 2^5

Zadanie 5. (*1 pkt*)

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = -n^2 + 16$ dla $n \geq 1$. Liczba dodatnich wyrazów tego ciągu jest równa:

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 7

Zadanie 6. (*1 pkt*)

Kwotę 10000 zł wpłacamy do banku na 4 lata. Kapitalizacja odsetek jest dokonywana w tym banku co kwartał, a roczna stopa procentowa wynosi 3%. Po 4 latach kwotę na rachunku będzie można opisać wzorem:

A. $10000 \cdot (1{,}0075)^4$ **B.** $10000 \cdot (1{,}03)^4$ **C.** $10000 \cdot (1{,}03)^{16}$ **D.** $10000 \cdot (1{,}0075)^{16}$

Zadanie 7. (*1 pkt*)

Dane liczby: $x = \frac{3}{\sqrt{5} - 2}$, $y = \frac{12}{\sqrt{5} - 1} + 1$, $z = 3\sqrt{5} + 2$ tworzą rosnący ciąg arytmetyczny w kolejności:

A. z, y, x **B.** y, x, z **C.** x, y, z **D.** z, x, y

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 8. (*1 pkt*)

Suma $2n$ początkowych liczb naturalnych dodatnich parzystych jest równa:

A. $S_{2n} = 8n^2 + 4n$ **B.** $S_{2n} = 4n^2 + 2n$ **C.** $S_{2n} = 4n^2 + n$ **D.** $S_{2n} = 2n^2 + 2n$

Zadanie 9. (*1 pkt*)

W trójkącie równoramiennym wysokość jest dwa razy dłuższa od podstawy. Wynika stąd, że sinus kąta przy podstawie wynosi:

A. $\frac{\sqrt{17}}{17}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ **D.** $\frac{1}{17}$

Zadanie 10. (*1 pkt*)

Dziedziną funkcji f, określonej wzorem $f(x) = \frac{x-5}{x^2+4}$, jest zbiór:

A. $\boldsymbol{R} \setminus \{-4, 4\}$ **B.** $\boldsymbol{R} \setminus \{-4\}$ **C.** $\boldsymbol{R}$ **D.** $\boldsymbol{R} \setminus \{5\}$

Zadanie 11. (*1 pkt*)

Liczbą przeciwną do liczby $a = 5^{\frac{2}{3}}$ jest:

A. $5^{\frac{3}{2}}$ **B.** $-5^{\frac{3}{2}}$ **C.** $5^{-\frac{2}{3}}$ **D.** $-5^{\frac{2}{3}}$

Zadanie 12. (*1 pkt*)

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie wykresu funkcji f o 10 jednostek w dół, to:

A. $y = f(x+10)$ **B.** $y = f(x)+10$ **C.** $y = f(x-10)$ **D.** $y = f(x)-10$

Zadanie 13. (*1 pkt*)

Rzucono sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo, że wyrzucona liczba oczek jest liczbą pierwszą, wynosi:

A. $\frac{4}{6}$ **B.** $\frac{3}{6}$ **C.** $\frac{2}{6}$ **D.** $\frac{1}{6}$

Zadanie 14. (*1 pkt*)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$. Wówczas $\cos\alpha$ jest równy:

A. $\frac{5}{12}$ **B.** $\frac{5}{13}$ **C.** $\frac{10}{13}$ **D.** $\frac{12}{13}$

Zadanie 15. (*1 pkt*)

Wielomian $W = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ po rozłożeniu na czynniki ma postać wyrażenia:

A. $x^2(x-2)$ **B.** $x^2(x-4)$ **C.** $(x+2)(x-2)^2$ **D.** $(x-2)(x+2)^2$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 16. (*1 pkt*)

Zbiór $\left(-\infty, -8\right\rangle \cup \left\langle -4, +\infty\right)$ jest rozwiązaniem nierówności:

A. $|x-6| \le 2$ **B.** $|x-6| \ge 2$ **C.** $|x+6| \le 2$ **D.** $|x+6| \ge 2$

Zadanie 17. (*1 pkt*)

Funkcja $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ jest malejąca w przedziale:

A. $(2, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 2)$ **C.** $(-\infty, 1)$ **D.** $(1, +\infty)$

Zadanie 18. (*1 pkt*)

Proste l i k są prostopadłe i $l: 2x - 9y + 6 = 0$, $k: y = ax + b$. Wówczas:

A. $a = -\frac{2}{9}$ **B.** $a = \frac{2}{9}$ **C.** $a = -\frac{9}{2}$ **D.** $a = \frac{9}{2}$

Zadanie 19. (*1 pkt*)

Iloraz ciągu geometrycznego o wyrazie ogólnym $a_n = 2 \cdot 7^n$ jest równy:

A. $q = 2$ **B.** $q = 7$ **C.** $q = 9$ **D.** $q = 28$

Zadanie 20. (*1 pkt*)

Równanie $(x+6)^2 + y^2 = 4$ opisuje okrąg o środku w punkcie S i promieniu r. Wówczas:

A. $S = (-6, 0), r = 4$ **B.** $S = (6, 0),\ r = 4$ **C.** $S = (6, 0),\ r = 2$ **D.** $S = (-6, 0),\ r = 2$

Zadanie 21. (*1 pkt*)

Długość promienia r okręgu opisanego na kwadracie jest równa $2\sqrt{3}$. Długość boku tego kwadratu ma wartość:

A. $4\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{6}$ **C.** $4\sqrt{6}$ **D.** $2\sqrt{5}$

Zadanie 22. (*1 pkt*)

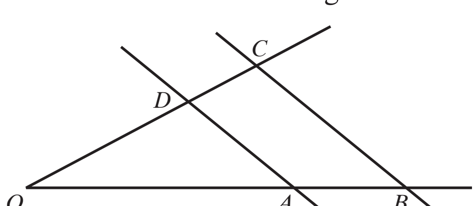
W turnieju szachowym, rozgrywanym systemem każdy z każdym, bez rewanżu, miało brać udział 8 zawodników. Jeden z nich zrezygnował. Liczba zaplanowanych rozgrywek zmniejszyła się o:

A. 1 **B.** 14 **C.** 7 **D.** 8

Zadanie 23. (*1 pkt*)

Proste l i k są równoległe oraz $|OA| = 6$, $|AB| = 10$, $|OC| = 48$. Odcinek OD ma długość:

A. 12 **B.** 18 **C.** $\frac{18}{5}$ **D.** $\frac{144}{5}$



BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 24. do 32. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 24. (*2 pkt*)

W ciągu arytmetycznym (a_n) drugi wyraz jest równy 7, a szósty 17. Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 25. (*2 pkt*)

Średni wzrost sportowców w drużynie siatkarskiej, liczącej 6 chłopców, wynosił 174 cm. Po przyjęciu do zespołu dwóch braci o tej samej wysokości średnia wzrostu zwiększyła się o 0,5 cm. Oblicz, jak wysocy są bracia.

Odpowiedź: ....

Zadanie 26. (*2 pkt*)

Rozwiąż równanie $2x^3 + 8x^2 - 3x - 12 = 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (*2 pkt*)

Rozwiąż nierówność $x^2 - 9 > 0$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (*2 pkt*)

Dana jest liczba $a=\sqrt{\left(2-2\sqrt{5}\right)^2}-2\sqrt{5}$. Wykaż, że liczba a jest całkowita.

Odpowiedź: ....

Zadanie 29. (*2 pkt*)

Długość krawędzi sześcianu zwiększono o 20%. Oblicz, o ile procent wzrosła objętość tego sześcianu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (*5 pkt*)

Prosta $y = x + 4$ przecina okrąg o równaniu $\left(x+1\right)^2 + \left(y-2\right)^2 = 25$ w punktach A i B. Oblicz współrzędne punktów A i B, a następnie oblicz obwód trójkąta ABS, gdzie S jest środkiem danego okręgu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (*5 pkt*)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe 24, a kąt płaski ściany bocznej przy podstawie ma miarę α i $\mathrm{tg}\alpha = 2$. Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (*5 pkt*)

Turysta pokonał pieszo trasę długości 30 km z miejscowości A do miejscowości B ze stałą prędkością. Rowerem poruszałby się z prędkością o 9 km/h większą i przybyłby do celu o 3 godziny wcześniej. Wyznacz prędkość marszu turysty i czas przejścia tej drogi.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)