

Autor: Marzena Orlińska

**TEST PRZED MATURĄ 2007**

**PRZYKŁADOWY  
ARKUSZ EGZAMINACYJNY  
Z MATEMATYKI**

**POZIOM ROZSZERZONY**

**Czas pracy 180 minut**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniu zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.

*Życzymy powodzenia!*

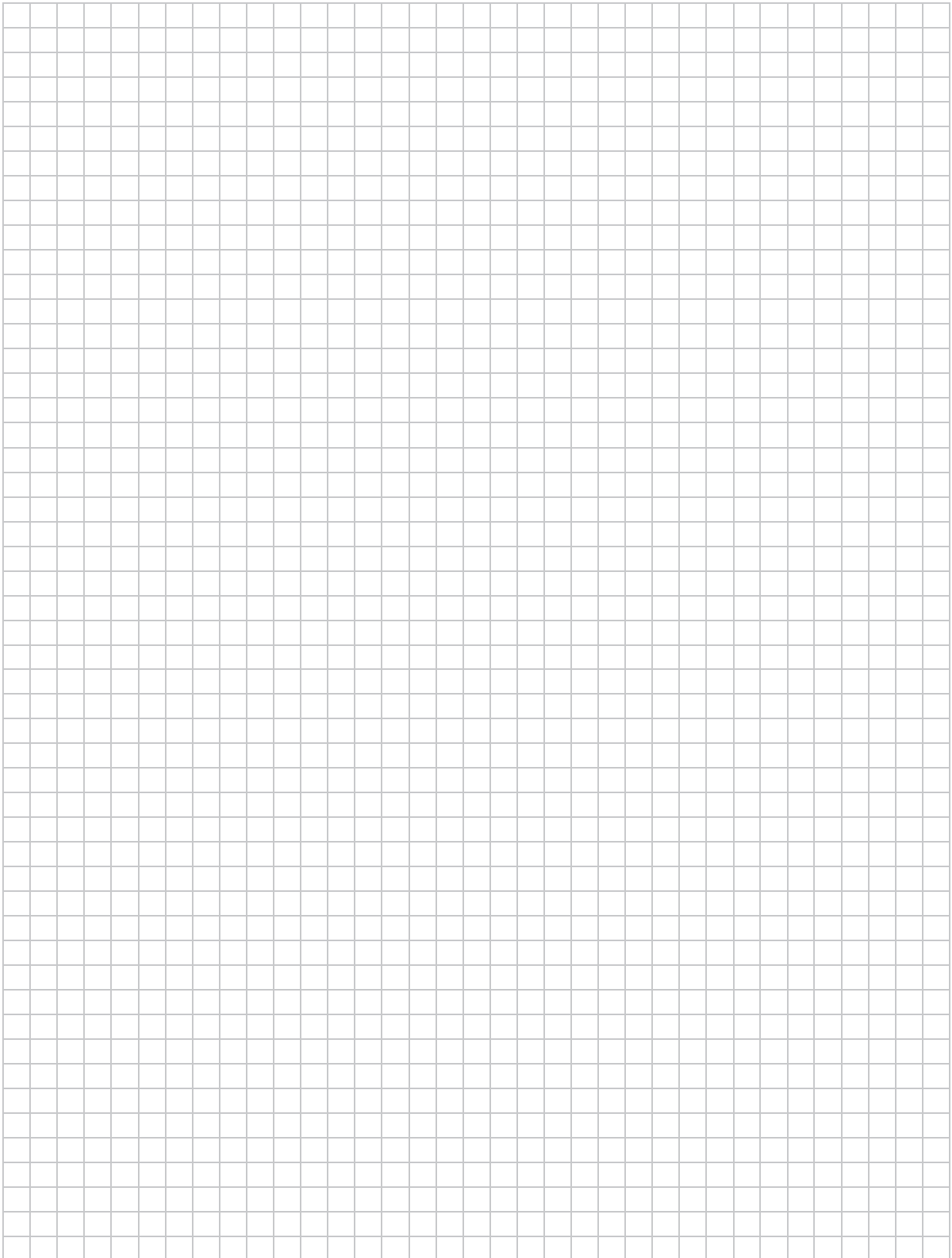
Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**



Arkusz przygotowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON  
na wzór oryginalnego arkusza maturalnego.

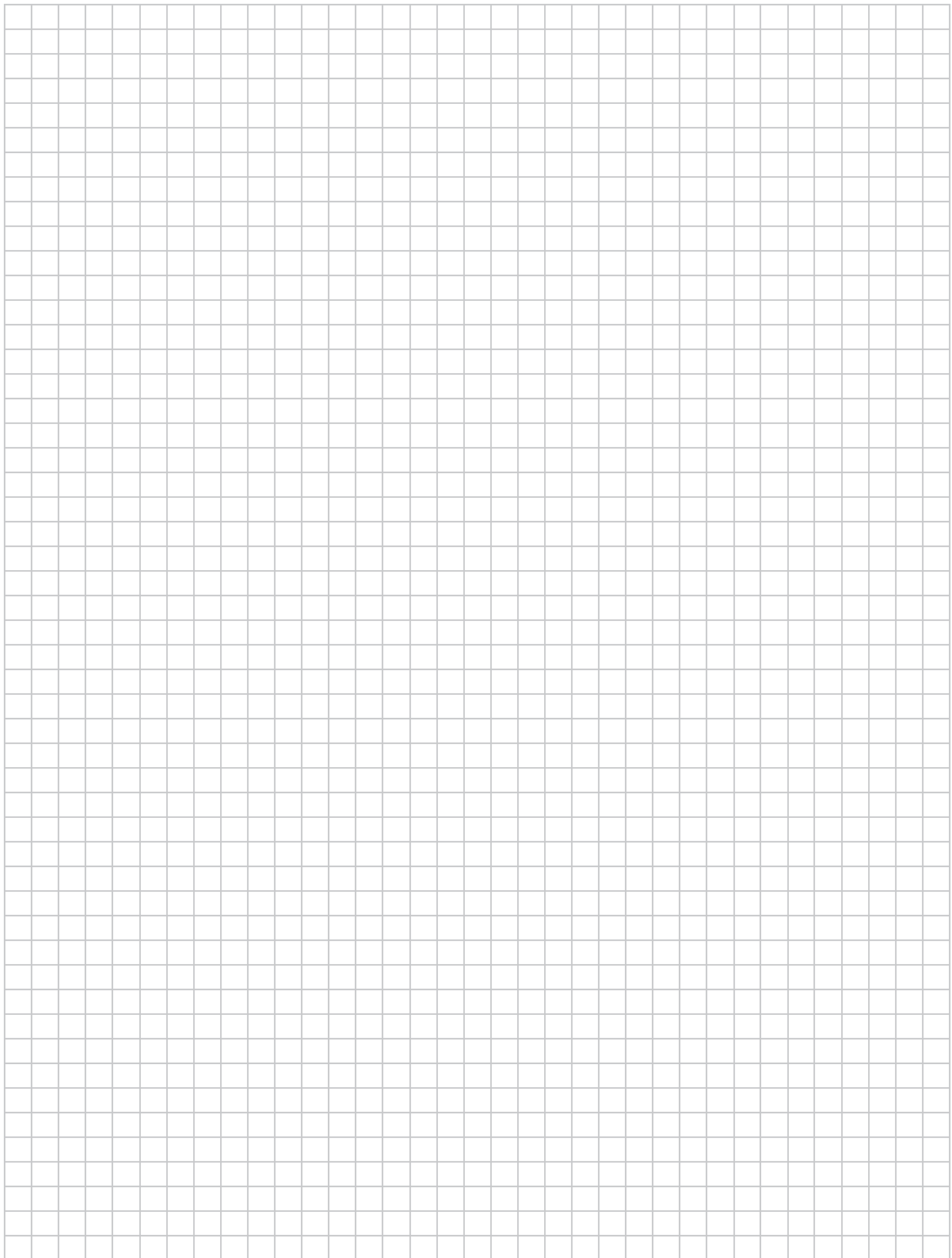
**Zadanie 1. (5 pkt)**

Dla jakich wartości parametru  $m$  funkcja  $f(x) = (m-1)x^2 + (m-1)x + m$  przyjmuje tylko wartości dodatnie?



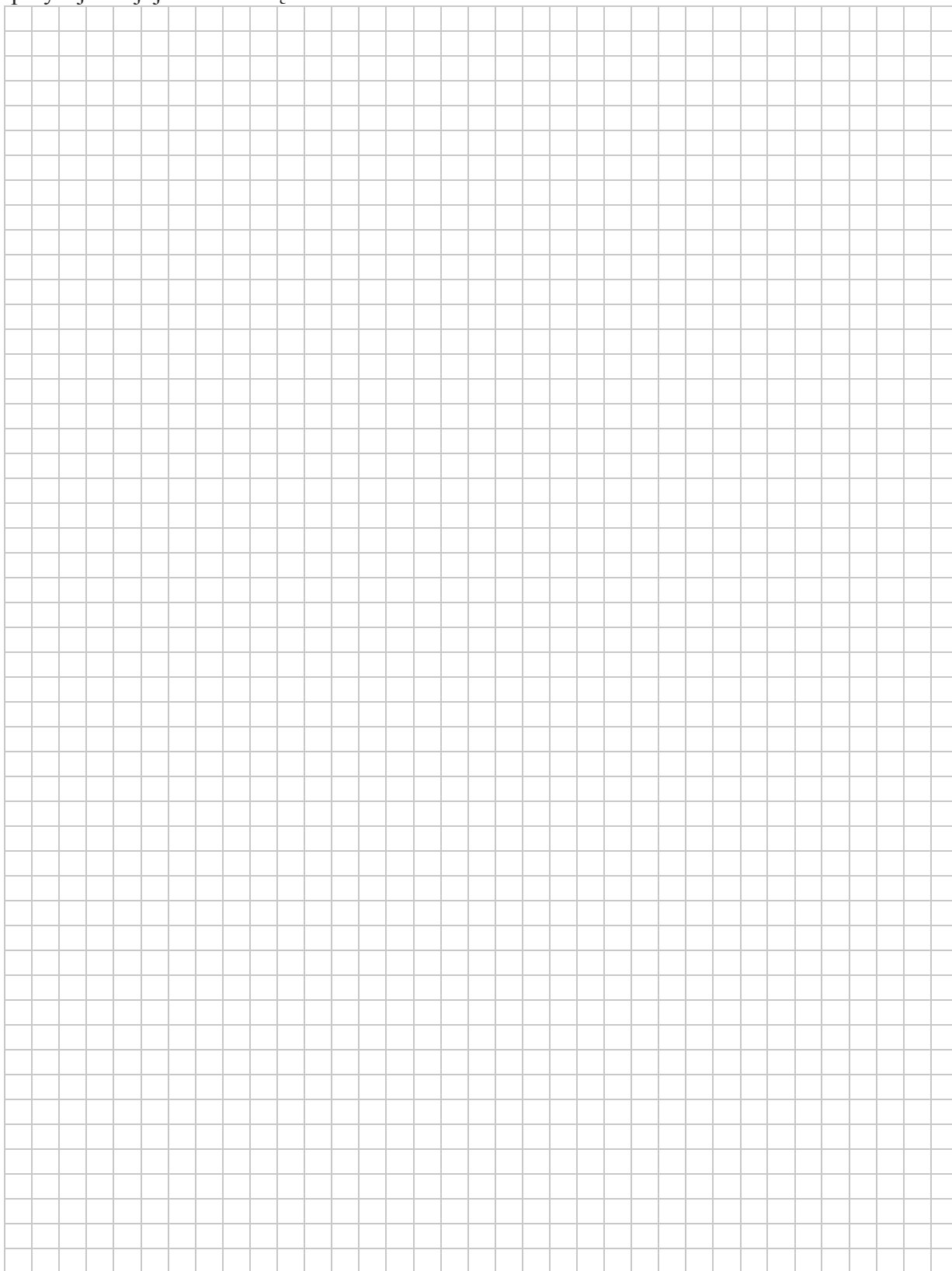
**Zadanie 2. (3 pkt)**

Oblicz  $\log_{2\sqrt[3]{16}} \frac{\sqrt{2}}{8}$ .



**Zadanie 3. (3 pkt)**

Naszkiuj wykres funkcji  $y = 2^{x-|x|}$ . Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $2^{x-|x|} = m$  ma przynajmniej jedno rozwiązanie?



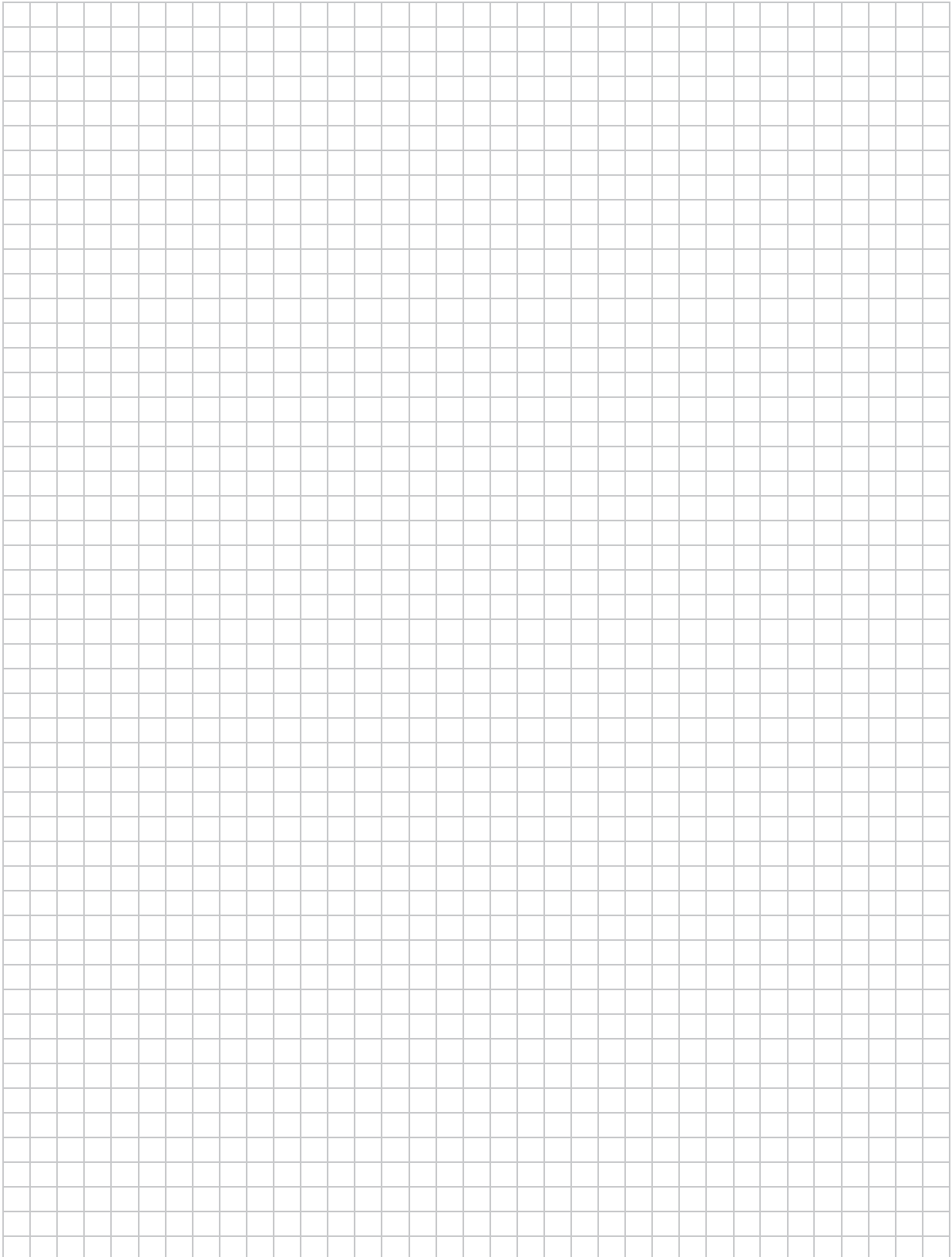
**Zadanie 4. (4 pkt)**

Współczynniki wielomianu trzeciego stopnia  $W(x)$  tworzą rosnący ciąg geometryczny (licząc od współczynnika przy najwyższej potędze) o pierwszym wyrazie równym 1 i sumie równej 15. Wyznacz wzór tego wielomianu.



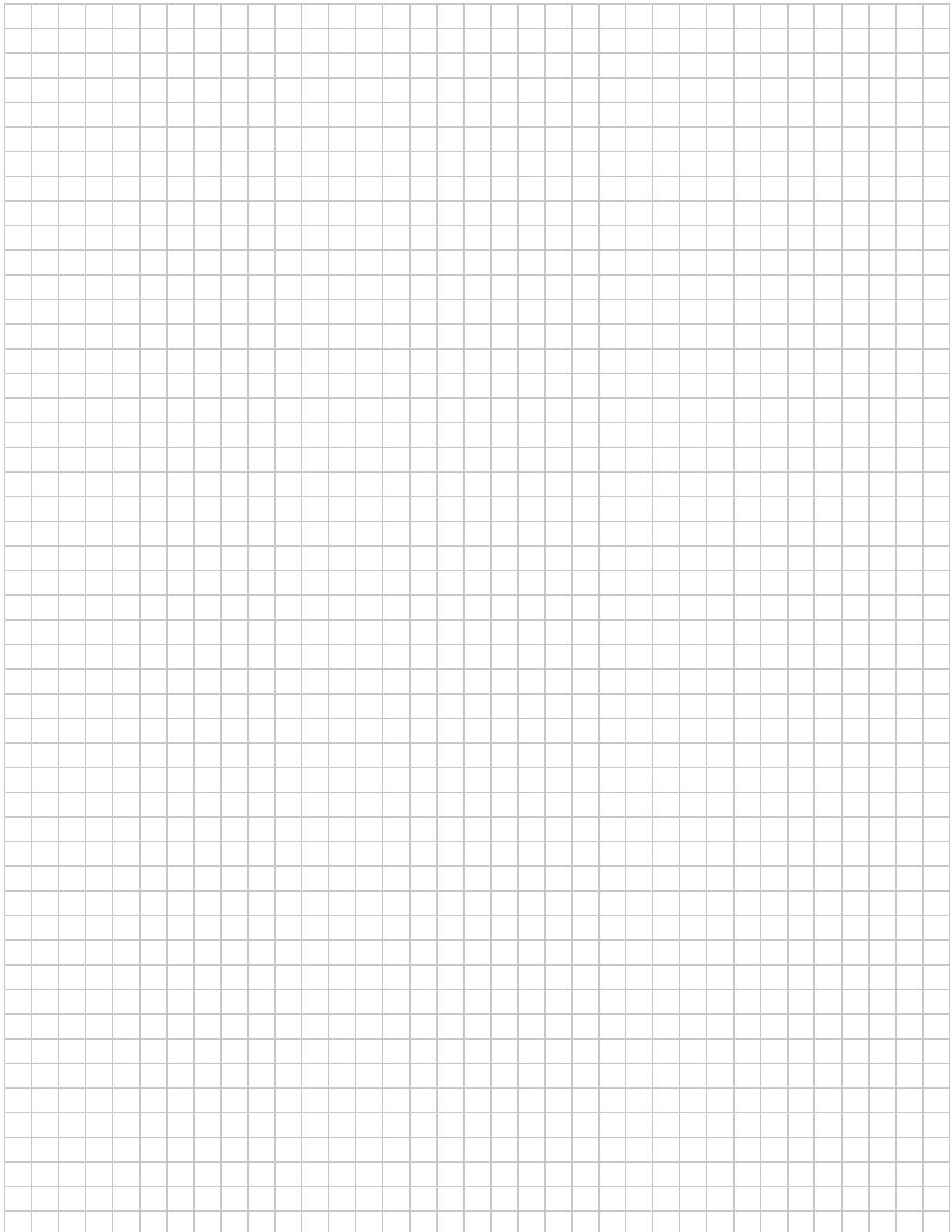
**Zadanie 5. (3 pkt)**

Wykaż, że liczba  $a = \sqrt{29 - 12\sqrt{5}} - 2\sqrt{5}$  jest całkowita.



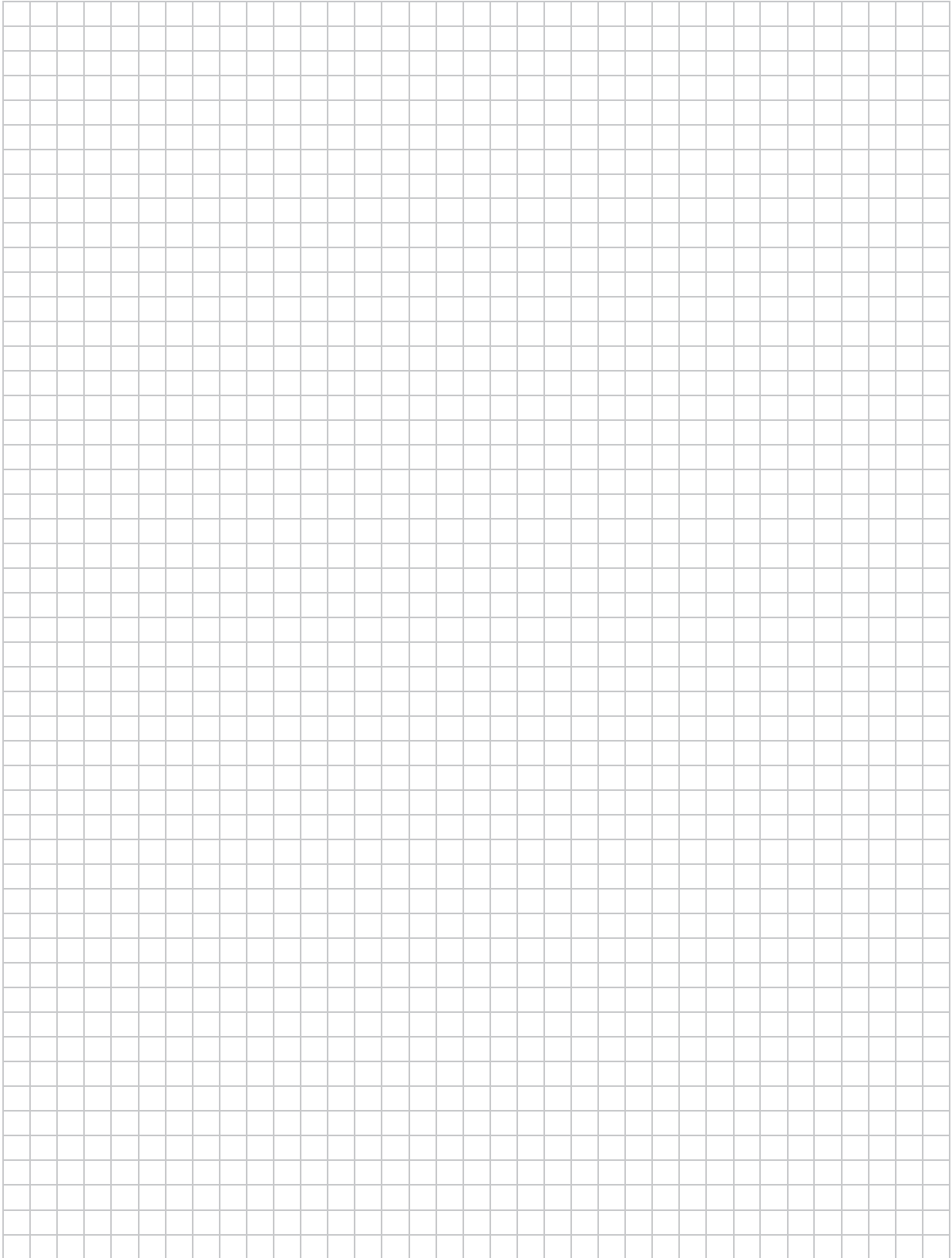
**Zadanie 6. (4 pkt)**

W urnie  $U_1$  jest 5 kul białych i 7 czarnych, a w urnie  $U_2$  są 4 białe i 8 czarnych. Rzucamy trzema monetami. Jeśli wyrzucimy dokładnie 2 orły – losujemy kulę z urny  $U_1$ , w pozostałych przypadkach – z  $U_2$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że w ten sposób wylosujemy kulę białą?



**Zadanie 7. (3 pkt)**

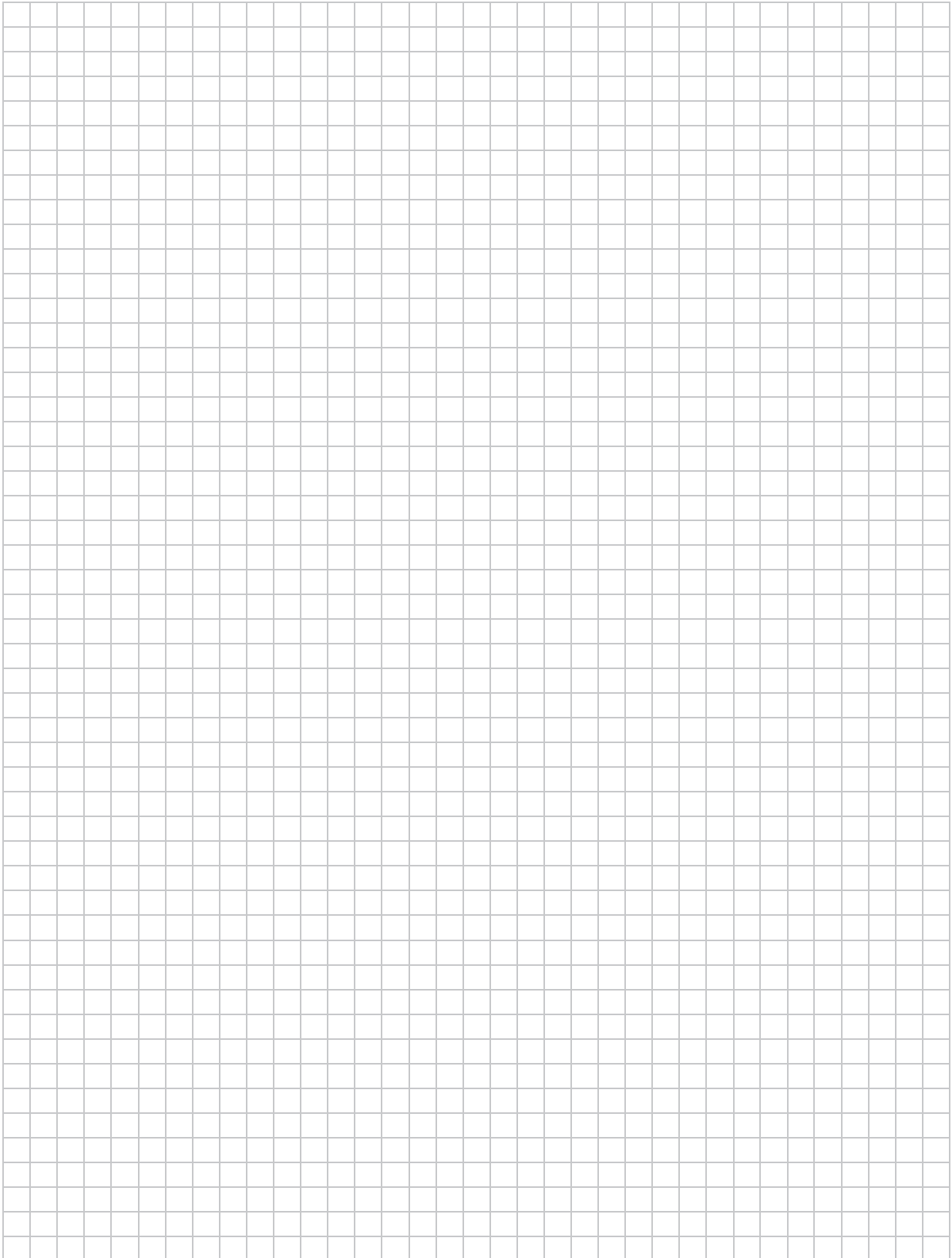
Oblicz granicę ciągu:  $a_n = \frac{n^2}{4+8+12+\dots+4n}$ .





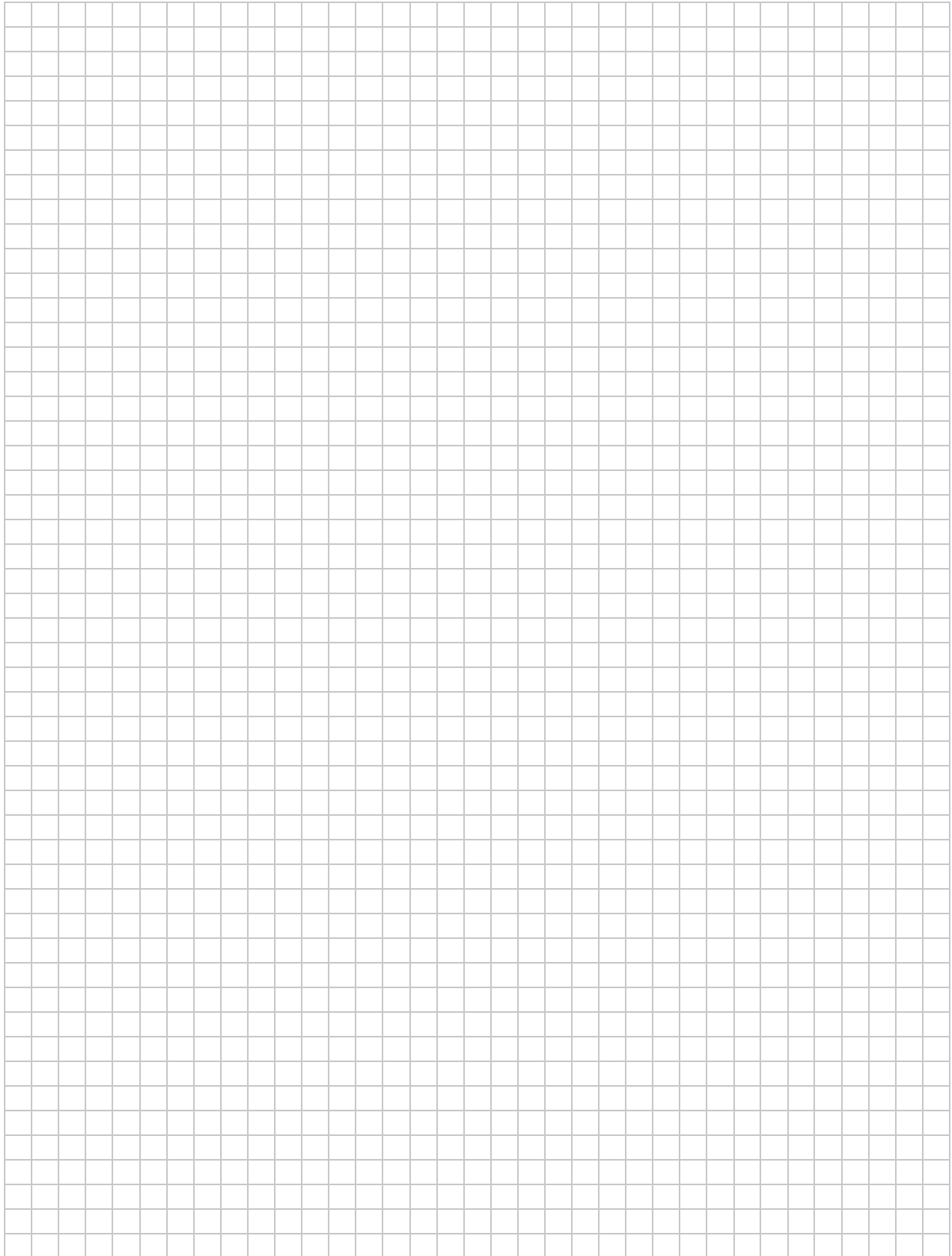
**Zadanie 8. (3 pkt)**

Rozwiąż równanie:  $ax + 5x = b$ .



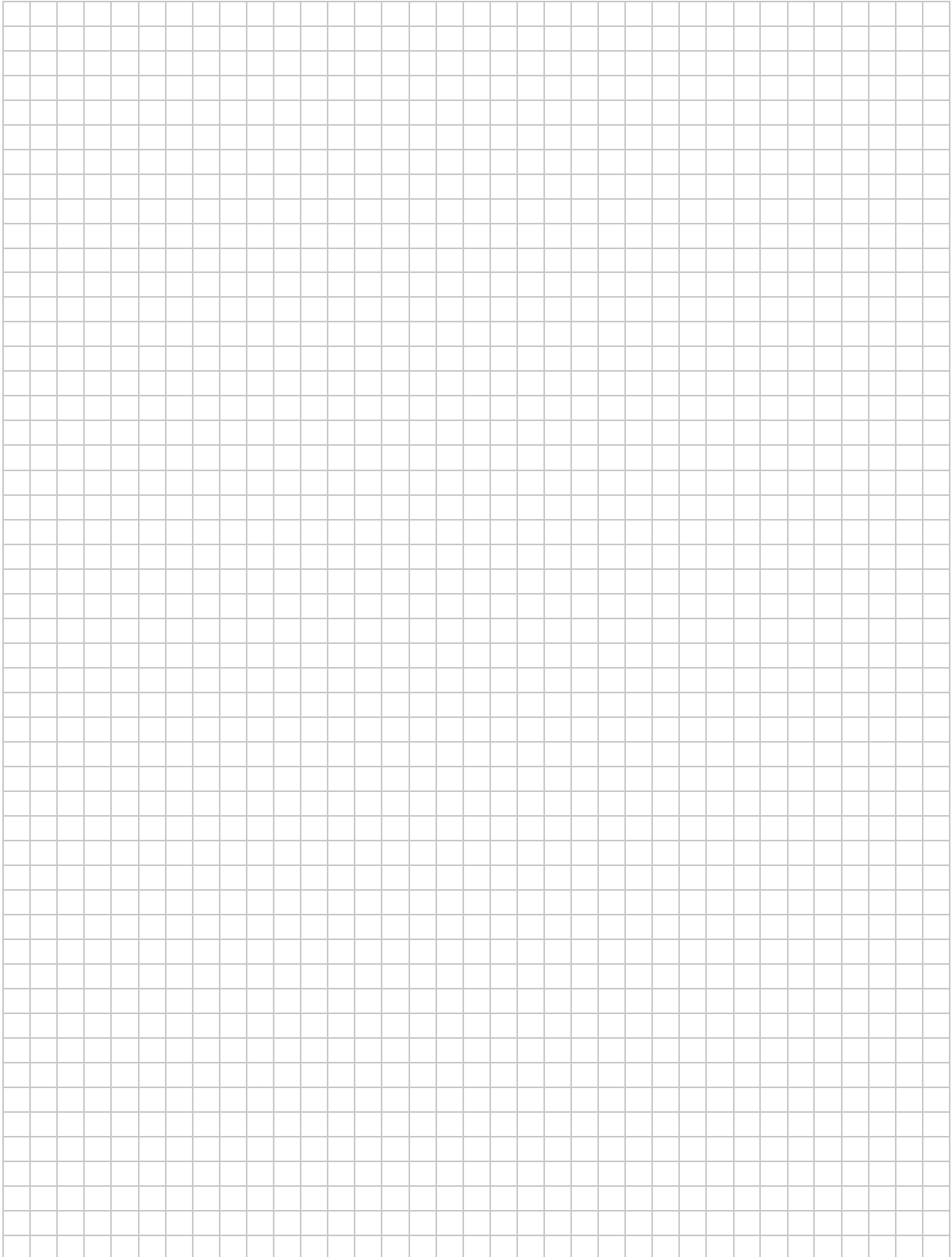
**Zadanie 9. (5 pkt)**

Wykaż, że dwusieczna kąta wewnętrznego dowolnego trójkąta dzieli bok przeciwległy w stosunku pozostałych boków.



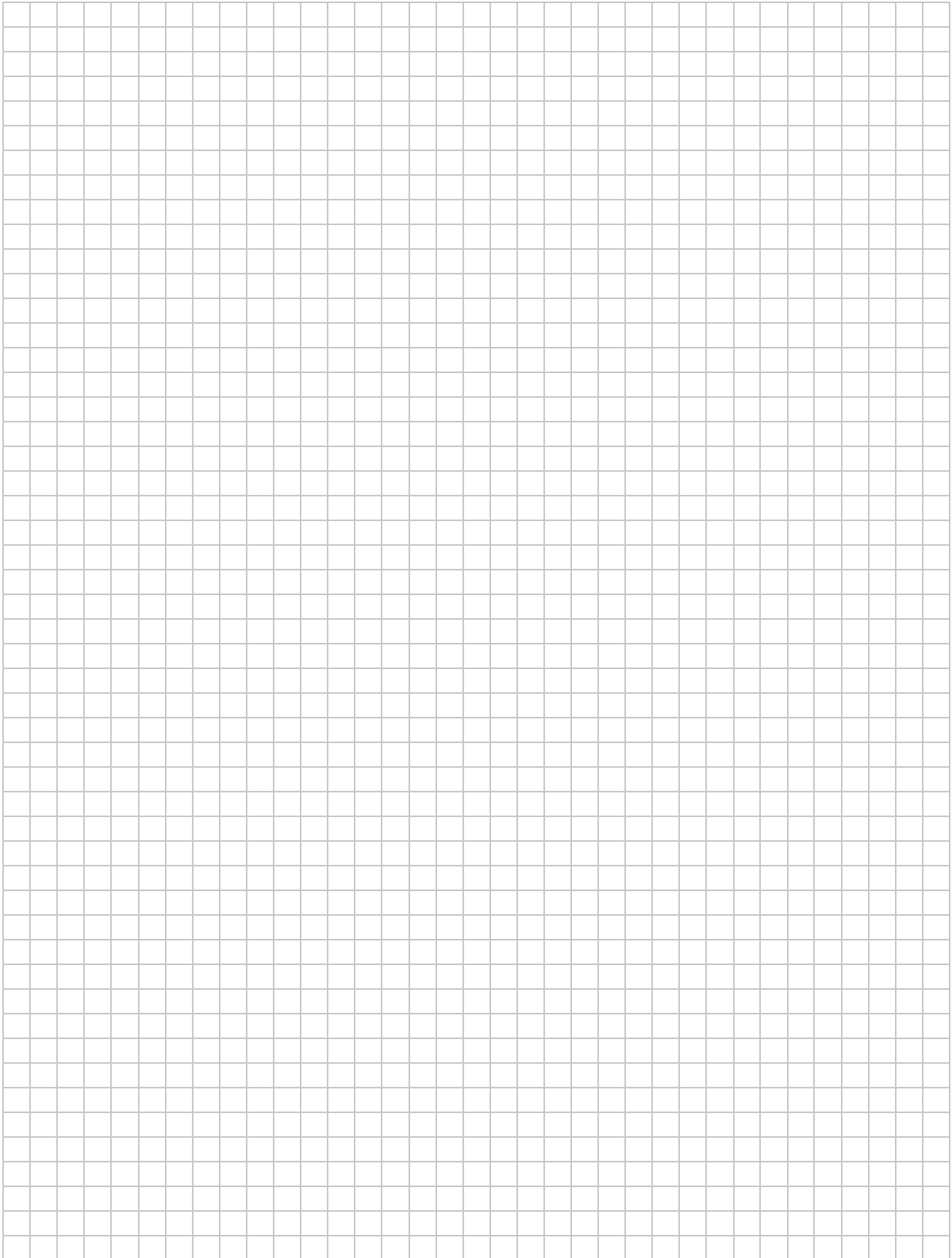
**Zadanie 10. (6 pkt)**

Trójkąt o bokach długości 5, 8, 9 obraca się dokoła najdłuższego boku. Oblicz objętość powstałej bryły.



**Zadanie 11. (7 pkt)**

W jakim punkcie  $x \in (0,2)$  paraboli  $y = -x^2 + 4$  należy poprowadzić styczną, aby trójkąt ograniczony tą styczną i dodatnimi półosiami osi współrzędnych miał najmniejsze pole?



**Zadanie 12. (4 pkt)**

Wykaż, że jeśli  $\alpha, \beta$  są różnymi kątami trójkąta spełniającymi warunek  $\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$ , to ten trójkąt jest prostokątny.

