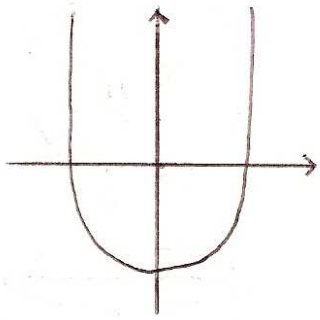
FUNKCJA KWADRATOWA – teoria oraz zadania

1) Postać ogólna funkcji kwadratowej

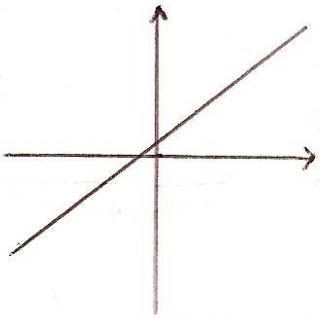
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$c - punkt\ przecięcia\ z\ osią\ y$$

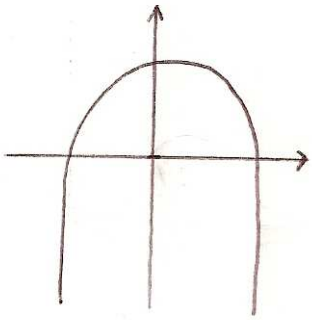
$$a > 0$$



$$a = 0$$

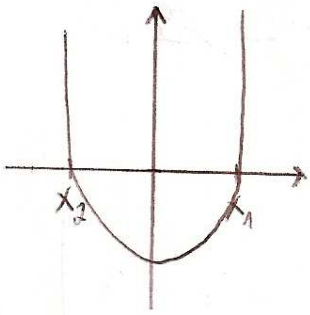


$$a < 0$$



$$\Delta = b^2 - 4ac$$

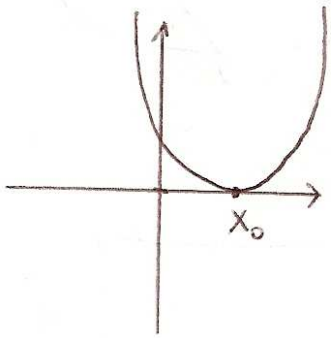
$$\Delta > 0$$



$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

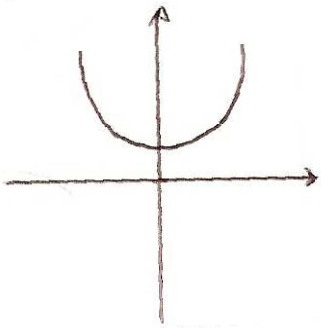
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0$$



$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0$$



SOLMEDIA.PL

2) Postać iloczynowa funkcji kwadratowej

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

3) Postać kanoniczna funkcji kwadratowej

$$y = a(x - p)^2 + q$$

$$W(p, q) \quad wierzchołki$$

$$p = \frac{-b}{2a}$$

$$q = \frac{-\Delta}{4a}$$

4) Wzory Viete'a

$$x_1 * x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} * \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\left(b - \sqrt{\Delta}\right)\left(b + \sqrt{\Delta}\right)}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

5) Pierwiastki przeciwnych znaków

$$y = ax^2 + bx + c$$

- $a \neq 0$
- $\Delta > 0$
- $x_1 * x_2 < 0$

6) Pierwiastki tych samych znaków

- $a \neq 0$
- $\Delta \geq 0$
- $x_1 * x_2 > 0$

7) Dwa pierwiastki dodatnie

- $a \neq 0$
- $\Delta \geq 0$
- $x_1 * x_2 > 0$
- $x_1 + x_2 > 0$

8) Dwa pierwiastki ujemne

- $a \neq 0$
- $\Delta \geq 0$
- $x_1 * x_2 > 0$

SOLMEDIA.PL

- $x_1 + x_2 < 0$

9) Pierwiastki spełniające daną zależność

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 * x_2} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{a} * \frac{a}{c} = \frac{-b}{c}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a}$$

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2 * x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} = \frac{(-\frac{b}{a})^2 - 2\frac{c}{a}}{(\frac{c}{a})^2}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2) * (x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2) * [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2]$$
$$= \left(-\frac{b}{a}\right) * \left[(-\frac{b}{a})^2 - 3\frac{c}{a}\right]$$

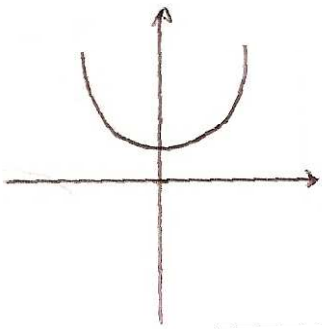
10) Funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie lub ujemne

$$wartości\ dodatnie$$

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$a > 0$$

$$\Delta < 0$$



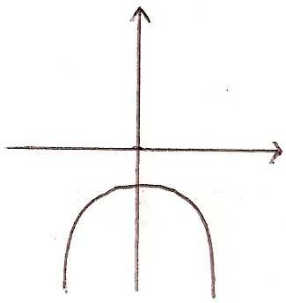
$$wartości\ ujemne$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$a < 0$$

$$\Delta < 0$$

SOLMEDIA.PL

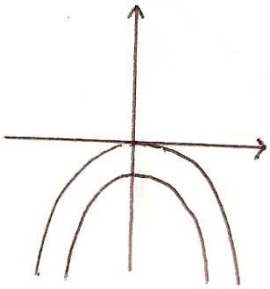


$$Funkcja\ przyjmuje\ wartości\ nie\ dodatnie$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

$$a < 0$$

$$\Delta \leq 0$$



Zadanie 1 Dla jakich wartości parametru m funkcja ma dwa różne pierwiastki dodatnie?

$$(m+1)x^2 - 4mx + m + 1 = 0$$

Zadanie 2 Wyznacz wartości parametru m, dla których suma odwrotności pierwiastków równania jest mniejsza od zera.

$$x^2 - (m-5)x + 2(3-m) = 0$$

Zadanie 3 Dla jakich wartości parametru m równanie ma dwa różne pierwiastki ujemne?

$$(m-1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$$

Zadanie 4 Dla jakich wartości parametru m funkcja $(1+m)x^2 + 3x + 7 > 0$ przyjmuje wartości dodatnie?

Zadanie 5 Wyznacz wartości parametru m, dla którego równanie $mx^2 + 2(m+1)x + m = 0$ ma dwa rozwiązania, takie że suma ich kwadratów jest większa od ich sumy.